This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

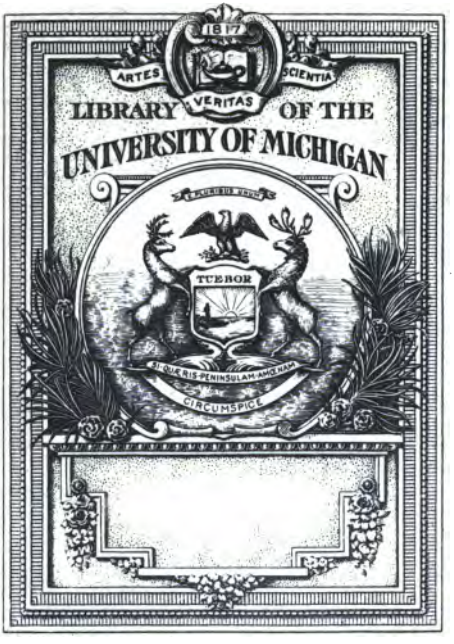
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.



THE GIFT OF
Prof. L. C. Karpinski

QA
103
.W5
1865

Der
Rechenmeiſter.

Zweiter Theil
eines
Lehr- und Handbuchs der Rechenkunſt,
für deutſche Schüler
in den
Vereinigten Staaten Nord-Amerikas.

Beginnend mit der Lehre von den Brüchen und ſchließend mit Gleichungen vom 1ten Grade mit einer unbekannten Größe.

Enthaltend

2400 praktiſche Aufgaben,

deren Antworten in einem beſondern Heftchen (Key) enthalten ſind.

Bearbeitet
von
H. Werz, Lehrer.

Vierte Auflage.

St. Louis, Mo.
Im Verlage bei H. Werz, No. 192 nördliche 11. Straße,
ſowie durch alle deutſche Buchhandlungen der Ver. St. zu beziehen.
1865.

Entered according to Act of Congress in the year 1864
by H. WERZ,
In the Clerks Office of the District Court of Missouri.

Vorrede

für den

ersten, zweiten und dritten Theil.

Es ist nicht meine Absicht ein Lehrbuch über Rechenkunst für Lehrer zu schreiben. Lehrbücher dieser Art haben wir genug in deutscher und englischer Sprache.

Mein Zweck ist: ein Rechenbuch für Schüler auszuarbeiten; denn ein derartiges Werk mangelt uns in der That.

Wir haben zwar gute deutsche Rechenbücher, die diesem Zwecke vollkommen entsprechen — aber nur für die Verhältnisse Deutschlands und nicht die der Ver. Staaten in Nordamerika.

Denn nach dem die Operationen mit reinen Zahlen abgemacht sind, (welche gleiche Gültigkeit haben unter allen Nationen der Erde), so hat man deren Anwendung kennen zu lernen auf und über Gegenstände, um welche sich das Rechnen meistens handelt.

Diese Gegenstände sind: Münzen, Maße und Gewichte, deren Namen, Werth und Größe zwischen hier und andern Ländern bedeutend abweichen.

Bei einem geordneten Schulbesuche ist es für einen gewandten Lehrer zwar nicht besonders schwierig, mehre Classen von Schülern gleichzeitig in „schriftlichem Rechnen" zu beschäftigen, selbst wenn er weder Lehrbuch noch Aufgabensammlung besitzt.

Dennoch kommt ihm auch unter diesen Umständen ein Zweckmäßiges Handbuch sehr zu Statten.

Blickt man aber auf den unregelmäßigen Schulbesuch, das verschiedene Alter, die ungleichen Fähigkeiten und Kenntnisse der Schüler, wie Lehrer sie in deutschen Schulen hier finden, so ersieht man leicht, daß es auch dem fleißigsten und gewandtesten Manne nicht möglich ist, bei seinen Zöglingen im Rechnen nur annähernd zu leisten, was er zu leisten wünscht, selbst wenn er die besten Hülfsmittel besitzt. Mangeln ihm aber auch diese noch, so ist sein Streben noch weit erfolgloser.

Wir besitzen zwar mehre deutsche Rechenbücher, bearbeitet für die Ver. Staaten Nordamerika's; allein sie sind mehr Lehrbücher für Lehrer, als Handbücher für Schüler und die Zahl der darin enthaltenen Beispiele und Aufgaben ist meist unzureichend.

Meine Absicht bei Ausarbeitung des vorliegenden Rechenbuches gieng deßhalb hauptsächlich dahin, eine hinreichende Anzahl von planmäßig geordneten Beispielen und Aufgaben zusammen zu stellen und dem Schüler dabei eine leicht faßliche Anleitung zu geben, wie er die einzelnen Rechnungsarten erlernen möge, selbst ohne Beihülfe eines Lehrmeisters.

Der erste Theil des Rechenbuches handelt von der Bildung der Ziffern, dem Nummeriren, den vier Species mit reinen und angewandten Zahlen; und führt den Titel: „Der kleine Rechner."

Die Anzahl und Mannigfaltigkeit der darin enthaltenen Aufgaben sind der Art, daß, wenn der Schüler dieselbe mit Fertigkeit zu lösen im Stande ist, er mit Zuversicht in den „Rechenmeister" vorrücken kann.

Diesen Titel führt der zweite Theil: derselbe ist bestimmt für gereiftere Schüler, wohl auch ältere Personen, welche das Rechnen, ohne Lehrmeister, zu erlernen wünschen. Er beginnt mit den vier Species in gewöhnlichen Brüchen; nach einem Abschnitte über deren Anwendung folgen dieselben Operationen in Decimalbrüchen; hieran reihen sich die Procentrechnungen, die Lehre über „Proportionen" und „Raisonement". Darauf folgen: Zins-, Rabat-Rechnungen ꝛc.; das Ausziehen der Quadrat- und Cubikwurzeln; arithmetische und geometrische Progressionen und zum Schlusse eine Anzahl von Gleichungen, welche von jedem fähigen Schüler gelöst werden können, der das Vorhergehende gehörig begriffen und geübt hat.

Ich bestrebte mich, die zu den verschiedenen Rechnungsarten nothwendigen Erklärungen und Regeln so einfach und deutlich zu geben, als der Gegenstand es zuließ.

Die sogenannten „Ansätze" suchte ich möglichst zu vermeiden. Ich hielt durchaus fest an der — auflösend-zusammensetzenden (analytisch-synthetischen) Methode, welche der Schüler nie wieder vergißt, wenn er sie gehörig begriffen hat; während die Formeln und Regeln seinem Gedächtnisse leicht entschwinden.

Bei jeder neuen Rechnungsart zeigte ich dem Schüler, wie er aus einer Aufgabe, weitere andere Aufgaben ableiten und bilden kann. Kurz es war mein leitender Grundsatz, bei Ausarbeitung des ganzen Werkes, den Schüler durch Denken — rechnen und durch Rechnen — denken zu lernen.

Dabei enthalten der erste und zweite Theil eine solche Menge und Verschiedenartigkeit von Aufgaben, daß der Lehrer nicht oft in den Fall kommen wird, weitere Aufgaben beigeben zu müssen; sollte dieß ihm aber nothwendig erscheinen, so wird es ihn wenig Mühe kosten, durch Veränderung oder Versetzung einzelner Ziffern oder Factoren ꝛc. beliebig viele weitere Exempel darzustellen.

Der dritte Theil enthält einige Elemente aus der Flächen- und Körperberechnung, angewandt auf das gewerbliche Leben, nebst einer Anweisung zur Führung von Tagebüchern, Ausstellung von Rechnungen (Conto's), Noten Quittungen ꝛc. so daß ich die Ueberzeugung habe, dem deutschen Gewerbsmann in den Ver. St. Nordamerika's, werde hiedurch wirklich ein wesentliches Bedürfniß befriedigt.

Der Arbeiter auf der Sägemühle und lumberyard, der Zimmermann, der Schreiner, Maurer, Steinhauer, der Mann, der sich mit Grabarbeiten beschäftigt, der Mechaniker, welcher Gefäße von bestimmter Größe, bestimmtem Umfange, Maße oder Gewicht zu verfertigen hat; kurz jeder Gewerbsmann und Arbeiter wird darin etwas Nützliches für sich finden.

Vielen Gewerbtreibenden standen — oder stehen weder Mittel noch Gelegenheit zu Gebote, Unterricht in der Ausmessung und Berechnung von Flächen und Körpern zu erlangen. In diesem Buche finden sie eine Menge der verschiedenartigsten Aufgaben so einfach und verständlich gelöst, daß, wenn sie auch nur die Elemente des Rechnens verstehen, (wie sie im ersten Theile gegeben sind) sie es nach kurzer Zeit eben so leicht finden werden, die Oberfläche eines Stückes Land, eines Zimmers, den Cubikinhalt einer Mauer, oder auch der sämmtlichen Mauern eines Gebäudes, ebenso den Inhalt eines kreisförmigen Brunnens, das Gewicht eines Felsblocks ꝛc. zu berechnen, als es ihnen leicht war, zu berechnen, daß 2 mal 2 vier sind.

Ich gab diesem Theile meines Rechenbuches den Titel: „Der Gewerbsmann", weil er, ich möchte sagen, ein unentbehrliches Buch für den deutschen Gewerbsmann in den Ver. St. N.-A. sein wird.

Die Antworten zu den in jedem Theile enthaltenen Aufgaben sind je in einem besonderen Heftchen (key) enthalten. Uebrigens möchte ich den Schülern den wohlgemeinten Rath ertheilen, sich dieser Heftchen nur dann zu bedienen, nachdem sie ihr Verfahren gehörig controllirt und die Ueberzeugung haben, daß ihre Auflösungen richtig seien. Ebenso möchte ich die Lehrer erinnern, daß sie sich bei schriftlichen Rechnungsaufgaben nie mit den bloßen Antworten (den Resultaten) begnügen, sondern stets darauf halten möchten, die Schüler vollständige Auflösungen vorreichen zu lassen.

Und nun an meine Herren Collegen die herzliche Bitte: Unterstützen Sie mich gefälligst mit ihren Wünschen, Rathschlägen und Belehrungen hinsichtlich dieses Werkes.

Es war — und ist mein aufrichtiges Bestreben, unsern deutschen Schulen und Gewerbsleuten etwas Nützliches und Werthvolles anzubieten. Ich bin mir hinlänglich bewußt, daß ich nicht fähig bin, die Aufgabe so zu lösen, wie sie gelöst werden sollte. Nur die Ueberzeugung von dem Bedürfnisse nach einem Werke ähnlicher Art konnte mich bestimmen, vorliegenden Versuch zu veröffentlichen. Sollte die

Arbeit das Glück haben, einst eine zweite Auflage erfolgen lassen zu dürfen, so würden auch die eingegangenen Winke sorgfältigst und dankbarst benutzt werden.

Nun geh' mein Kind, von Schul' zu Schul'
Von Haus zu Haus, von Hand zu Hand!
Gib Diesem eine ächte „rule",
Lehr' Jenen „rechnen mit Verstand!"

Einleitung zu dem 2. Theile oder dem „Rechenmeister."

Aus dem Inhalts-Verzeichnisse dieses Werkchens, auf Seite 8 ist der Plan desselben zu ersehen; daher nur etliche Worte als Einleitung.

Der Abhandlung über Decimalbrüche habe ich, naturgemäß, die Procent-, Interessen-, Discount-, Gesellschafts-Rechnungen ꝛc. angereiht; denn diese sämmtlichen Rechnungsarten sind blos „Practische Anwendungen" der Decimalbrüche. Es ist auffallend, aber wahr, daß noch von vielen Lehrern in amerikanischen Schulen die einfachsten Zinsrechnungen nach der Proportionenlehre behandelt werden. Dieß ist in der That nichts anders, als anstatt einer einfachen Methode sich einer complicirten zu bedienen.

Ein Beispiel möge dies darthun.

Aufg. Wie viel Zins tragen $308,75 zu 6 p. C. in 1 Jahr 7 Monat 15 Tagen?

Aufl. $308,75 × 0,06 × $\frac{1}{8}$ = $30,10 3 wobei ich schließe: Von 1 $ in 1 J. beträgt der Zins $0,06; von $308,75 in 1 J. beträgt er 308,74 × $0,06 und in $\frac{1}{8}$ J. beträgt er 308,75 × $0,06 × $\frac{1}{8}$ = $30,10 3. Die ganze Auflösung ist darnach „blos eine Multiplication von Decimalbrüchen."

Lösen wir dagegen dieselbe Aufgabe durch Proportion, so erhalten wir:

100 $: $308,75 = 6 $ Zins : x $ Zins;
in 1 J. in $\frac{1}{8}$ J. Woraus sich ergiebt

$$x\,\$ = \frac{308{,}75 \times 6\,\$ \times \frac{1}{8}}{100} = \$30{,}10\ 3$$

Es bedarf wohl keines weitern Wortes, darzuthun, daß erstere Methode ungleich einfacher und verständlicher ist, als die zweite.

Bis zu § 49 habe ich mich, bei Auflösung der gegebenen Beispiele, ausschließlich der analitisch-synthetischen Methode bedient; weil ich dieselbe nicht blos für faßlicher und leichter erachte, als

irgend eine andere Methode, sondern weil sie auch noch den Vorzug hat, daß — einmal erlernt, sie nicht mehr vergessen werden kann. Ich möchte sagen, sie wohne dem Kinde inne von Natur aus. Sie ist das natürliche Ergebniß der Denkweise jedes denkenden Menschen!

Nach Abhandlung der Proportionenlehre in §§ 49—52 sind die Beispiele wechselweise, bald nach der analitisch-synthetischen Methode, bald nach Proportion (Regel de Tri) gelöst.

Es ist für den Schüler ebenso interessant als belehrend, zu sehen, wie die verschiedenartigen Operationen an einer Aufgabe, dasselbe Resultat erzeugen. Dieses Verfahren dient wesentlich dazu, durch die eine auch die andere Methode gründlicher zu lehren und zu befestigen.

Besonders bildend ist ferner das Verfahren in § 52 „Die Ableitung weiterer Aufgaben aus einer gelösten Aufgabe." Es wird dadurch nicht blos jede vorhergehende Auflösung controllirt, sondern der Schüler eignet sich dadurch zugleich eine Gewandtheit an, „Aufgaben zu bilden."

Die Vermischungsrechnungen, Progressionen, Permutationen und Wurzelausziehungen, habe ich so elementar abzuhandeln gesucht, als es der Gegenstand zuließ. Bei der Erhebung von Zahlen in die zweite und dritte Potenz, habe ich vorgezogen, mich erst der allgemeinen Zahlzeichen (Buchstaben) zu bedienen; weil dieß Verfahren weit einfacher ist, als das darauf folgende mit 2 wirklichen Zahlengrößen.

Die „Gleichungen" im letzten Abschnitte, (vom 1. Grad mit einer unbekannten Größe) sind durchgängig der Art, daß sie von fähigen Schülern gelöst werden können, ohne weitere Kenntnisse von Algebra zu besitzen. Sie werden sich sicherlich als vortreffliches „Denkmittel" bewähren.

Die über Erwarten günstige Aufnahme des „Kleinen Rechners" läßt mich hoffen, daß auch der „Rechenmeister" Eingang finden werde. Allen Denjenigen, welche sich desselben bedienen werden, wünsche ich von Herzen, er möchte sie sammt und sonders zu „Rechenmeistern" bilden!

St. Louis, Mo., den 18. October 1858.

Der Verfasser.

Inhalts-Verzeichniß.

§		Seite
1.	Gemeine Brüche	9
2.	Verwandlungen von Ganzen in Brüche und umgekehrt	10
3.	Eigenschaften der Brüche	11
4.	Vereinfachung der Brüche	13
5.	Zerlegen der Zahlen in ihre Factoren	16
6.	Das kleinste gemeinschaftl. Vielfache von mehren Factoren	18
7.	Der größte gemeinschaftl. Theiler	22
8.	Addition von Brüchen	25
9.	Subtraction von Brüchen	31
10.	Multiplication von Brüchen	34
11.	Division von Brüchen	43
12.	Complicirte Brüche	48
13.	Zusammengesetzte Brüche	50
14.	Pract. Aufgaben über Brüche	52
15.	Verwandlungen von Brüchen des Münz-Systems ꝛc.	56
16.	Vereins-Münz-System	57
17.	Englisches Münz-System	59
18.	Gewicht-Systeme	61
19.	Kaufmanns-Gewicht	61
20.	Juwelier-Gewicht	63
21.	Apotheker-Gewicht	64
22.	Wein- und Biermaß	66
23.	Fruchtmaß	67
24.	Längenmaß-Systeme	69
25.	Tuchmaß-System	70
26.	Längenmaß-System	71
27.	Geometermaß-System	73
28.	Flächenmaß-System	74
29.	Cubikmaß-System	77
30.	Zeitmaß-System	79
31.	Kreismaß-System	81
32.	Besondere Benennungen	83
33.	Practische Aufgaben über § 16 bis 32	84
34.	Decimalbrüche	91
35.	Addition von Decimalbrüchen	93
36.	Subtraction v. Decimalbrüchen	94
37.	Multiplication von Decimalbr.	95
38.	Division von Decimalbrüchen	96
39.	Reductionen	102
40.	Procent-Rechnungen	105
41.	Interesse	108
42.	Discontiren	120
43.	Bank-Disconto	122
44.	Wechsel	123
45.	Commissions-Geschäft	125
46.	Gewinn und Verlust	126
47.	Gemeinschaftl. Geschäftsbetrieb	129
48.	Mittlerer Zahlungstermin	133
49.	Verhältniß und Proportion	136
50.	Arithmetische Proportionen	137
51.	Geometrische Proportionen	138
52.	Ableitung von weiteren Aufgaben aus einer Aufgabe	143
53.	Auflösung der nämlichen Aufgaben auf verschiedene Weise	146
54.	Vermischungs-Rechnungen	148
55.	Arithmetische Progressionen	153
56.	Geometr. Progressionen (Zins aus Zins)	157
57.	Permutationen	160
58.	Potenziren	160
59.	Wurzelausziehung	162
60.	Ausziehung der Quadratwurzel	162
61.	Ausziehung der Cubikwurzel	170
62.	Gleichungen	175

§ 1. Gemeine oder gewöhnliche Brüche.

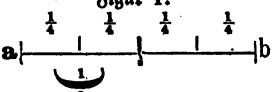
Common or vulgar Fractions.

Jeder für sich bestehende Gegenstand wird in der Zahlenlehre als Einheit betrachtet. So ist ein Apfel, Baum, Stein, Stift, eine Linie ꝛc. je eine Einheit.

Jede Einheit ist theilbar, oder kann wenigstens so gedacht werden.

Was von der Einheit getrennt wird, ist ein Theil von ihr. In der Zahlenlehre wird ein solcher Theil, oder Theile, Bruch genannt. Ein Bruch kann aber auch einen Theil von mehren Ganzen, oder mehre Theile von mehren Ganzen ausdrücken. Laßt mich dieß näher erklären.

Figur 1.

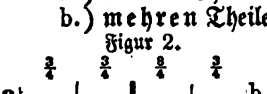


a b Fig. 1 stellt ein Ganzes dar. Durch Linien ist es in 4 = Theile getheilt; jeder dieser Theile ist 1 Viertel von a b; 2 Theile zusammen, sind 2 Viertel und 3 Theile zusammen sind 3 V. des Ganzen. Nun sind 1 V., 2 V. u. 3 V. je ein Bruch von a b; folglich besteht ein Bruch aus

a.) einem Theil eines Ganzen; oder

b.) mehren Theilen eines Ganzen.

Figur 2.



In Fig. 2 seien durch die 3 = langen Linien a b, c d und e f 3 Ganze dargestellt und diese durch Theilungslinien in je 4 = Theile getheilt; alsdann enthält ein Abschnitt 3 V., d. i. den 4. Theil von 3 Ganzen; 2 Abschnitte enthalten 6 V. d. i. das Doppelte von dem 4. Theil von 3 Ganzen ꝛc. Nun ist 3 V., 6 V. ꝛc. je ein Bruch von den 3 Ganzen a b, c d und e f; folglich bezeichnet ein Bruch auch

c.) einen Theil von mehren Ganzen; oder

d.) mehre Theile von mehren Ganzen.

Zur Darstellung eines Bruches in Zahlen, braucht man zwei Ziffern; eine der Ziffern drückt aus, in wie viele = Theile die Einheit getheilt ist, und wird Nenner des Bruches genannt; die andere Ziffer zählt, wie viele Theile des Ganzen gemeint sind, und wird Zähler genannt.

Eine schiefe oder wagerechte Linie trennt den Zähler von dem Nenner. Der Zähler kommt oberhalb und der Nenner unterhalb der Trennungslinie zu stehen. Ein Bruch wird demnach gegeben in dieser Gestalt: $^3/_4$ oder auf diese Weise: $\frac{3}{4}$, welches beides 3 Viertel bedeutet.

Leset folgende Brüche: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{16}$, $\frac{19}{24}$, $\frac{25}{38}$, $\frac{30}{55}$, $\frac{45}{54}$, $\frac{51}{64}$, $\frac{66}{79}$, $\frac{79}{85}$, $\frac{84}{93}$, $\frac{97}{100}$, $\frac{103}{275}$, $\frac{309}{620}$, $\frac{503}{864}$ ꝛc. Welches sind die Zähler in diesen Brüchen? Welches die Nenner derselben?

Ist der Zähler in einem Bruche = dessen Nenner, so ist der Bruch = 1. Man habe den Bruch $\frac{4}{4}$; nun verkleinere man ihn nach § 17. Theil I., so erhält man $\frac{1}{1}$; d. i. 1 dividirt durch 1. Nun ist 1 in 1 einmal enthalten, ohne Rest zu lassen; folglich ist $\frac{4}{4}=\frac{1}{1}=1$. So ist jede in Bruchform ausgedrückte Zahlengröße, wobei Nenner und Zähler = sind, = 1; also $\frac{2}{2}=1$, $\frac{3}{3}=1$, $\frac{5}{5}=1$, $\frac{31}{31}=1$, $\frac{45}{45}=1$ ꝛc. Brüche dieser Art werden Scheinbrüche genannt. Dieß führt zu dem Satze: Alle Theile eines Ganzen zusammengenommen sind = 1. Theilen wir nun 1 in 6 = Theile, so ist 1 Theil = $\frac{1}{6}$, 2 Th. = $\frac{2}{6}$, 3 Th. = $\frac{3}{6}$, 4 Th. = $\frac{4}{6}$, 5 Th. = $\frac{5}{6}$ und 6 Th. = $\frac{6}{6}$ = 1.

Theilet 1 Ganzes in 5, 10, 15, 24, 32 ꝛc. = Theile und stellet diese Theile der Reihe nach in Bruchform dar, wie ich so eben bei der Theilung eines Ganzen in 6 = Theile gethan.

Brüche, wie $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ ꝛc. überhaupt alle, deren Zähler kleiner ist, als ihr Nenner, werden eigentliche, ächte auch einfache Brüche genannt.

§ 2. Verwandlung von Ganzen in Brüche und von Brüchen in Ganze.

Nach § 1 sind $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$ ꝛc. je = 1; folglich ist auch umgekehrt $1 = \frac{2}{2}, = \frac{3}{3}, = \frac{4}{4}, = \frac{5}{5}, = \frac{6}{6}$ ꝛc.

Nehmen wir $1=\frac{6}{6}$, so sind $2=2\times\frac{6}{6}=\frac{12}{6}$; $3=3\times\frac{6}{6}=\frac{18}{6}$ ꝛc. Setzen wir $1=\frac{15}{15}$, so sind $2=2\times\frac{15}{15}=\frac{30}{15}$, $3=3\times\frac{15}{15}=\frac{45}{15}$ ꝛc.

Ueberhaupt verwandelt man eine ganze Zahl in einen Bruch, wenn man sie mit dem gegebenen Nenner multiplicirt; das erhaltene Product als Zähler und den gegebenen Nenner, als Nenner betrachtet.

Aufg. Wie viel 5tel sind 5, 7, 9, 13, 24, 35, 46, 53, 88 Ganze?
" " 8tel " 4, 9, 14, 22, 36, 54, 62, 75, 99 "
" " 12tel " 7, 11, 23, 34, 48, 72, 85, 94, 100 "

Da z. B. $\frac{1}{2}=1$, so sind $2\times\frac{1}{2}$ d. i. $\frac{2}{2}=2$, $3\times\frac{1}{3}$ d. i. $\frac{3}{3}=3$, überhaupt eine beliebige Anzahl 5tel = so vielen Ganzen, als $\frac{1}{5}$ in in dieser Anzahl enthalten sind. So sind $\frac{5}{5}=5$, denn $\frac{1}{5}$ sind 5 mal in $\frac{5}{5}$ enthalten; ebenso sind $\frac{45}{5}=9$, $\frac{105}{5}=21$ ꝛc.

Was mit dem Nenner 5, das ist mit jedem andern Nenner der Fall.

Aufg. Wie viel Ganze sind $\frac{12}{4}$, $\frac{23}{4}$, $\frac{52}{4}$, $\frac{64}{4}$, $\frac{124}{4}$, $\frac{136}{4}$?

" " " " $\frac{28}{7}$, $\frac{63}{7}$, $\frac{81}{7}$, $\frac{98}{7}$, $\frac{105}{7}$, $\frac{147}{7}$?

" " " " $\frac{45}{15}$, $\frac{75}{15}$, $\frac{135}{15}$, $\frac{300}{15}$, $\frac{405}{15}$, $\frac{915}{15}$?

1. Es seien Ganze und Bruchtheile in eine gemeinschaftliche Bruchform zu bringen.

Beisp. 1. Wie viel 3tel sind $5\frac{2}{3}$? (d. i. wie viel 3tel sind 5 Ganze $+\frac{2}{3}$)

Aufl. $5=5\times\frac{3}{3}=\frac{15}{3}$, daher $5\frac{2}{3}=\frac{15}{3}+\frac{2}{3}=\frac{17}{3}$.

Beisp. 2. Wie viel 8tel sind $19\frac{5}{8}$?

Aufl. $19=19\times\frac{8}{8}=\frac{152}{8}$, daher $19\frac{5}{8}=\frac{152}{8}+\frac{5}{8}=\frac{157}{8}$.

Aufgaben. Wie viel 6tel sind $9\frac{5}{6}$? $11\frac{1}{6}$? $23\frac{3}{6}$? $48\frac{4}{6}$?

" " 9tel $8\frac{7}{9}$? $32\frac{5}{9}$? $53\frac{4}{9}$? $62\frac{8}{9}$?

" " 18tel $13\frac{11}{18}$? $36\frac{7}{18}$? $64\frac{5}{18}$? $75\frac{17}{18}$?

Ausdrücke wie $9\frac{5}{6}$ ꝛc. wobei eine ganze Zahl und Bruchtheile gleichsam eine Größe bilden, werden gemischte Brüche genannt.

Ist ein gemischter Bruch in eine gemeinschaftliche Bruchform gebracht, wie oben $19\frac{5}{8}=\frac{157}{8}$, so erhält die letztere Form den Namen: uneigentlicher oder unächter Bruch. Man versteht unter einem uneigentlichen Bruche überhaupt einen solchen Bruch, dessen Zähler größer ist, als dessen Nenner.

2. Es seien uneigentliche Brüche in gemischte Brüche zu verwandeln.

Beisp. Wie viel Ganze und 7tel sind $\frac{11}{7}$?

Aufl. $\frac{11}{7}=1$, folgl. $\frac{11}{7}=$ so vielen Ganzen, als $\frac{7}{7}$ in $\frac{11}{7}$ enthalten sind. Nun ist $\frac{7}{7}|\frac{11}{7}|=15$ mal, Rest $\frac{6}{7}$, daher $\frac{11}{7}=15\frac{6}{7}$.

Aufgaben. Verwandelt folgende uneigentliche Brüche in gemischte Brüche: $\frac{75}{8}$, $\frac{67}{8}$, $\frac{83}{7}$, $\frac{95}{8}$, $\frac{103}{6}$, $\frac{115}{9}$, $\frac{121}{18}$, $\frac{145}{11}$, $\frac{107}{12}$, $\frac{136}{13}$, $\frac{200}{14}$, $\frac{250}{15}$, $\frac{300}{16}$, $\frac{400}{17}$, $\frac{500}{18}$, $\frac{600}{19}$, $\frac{700}{20}$, $\frac{800}{21}$, $\frac{900}{22}$, $\frac{1000}{33}$, $\frac{1111}{24}$.

§ 3. Einige Eigenschaften der Brüche.

1. Der Werth eines Bruches wird größer, wenn man seinen Zähler multiplicirt und den Nenner unverändert läßt.

Beisp. $8\times\frac{4}{7}=\frac{32}{7}=6\frac{2}{7}$.

Nun sind $\frac{32}{7}$ 8 mal so groß als $\frac{4}{7}$, denn $\frac{4}{7}$ sind gerade 8 mal

in $\frac{32}{5}$ enthalten. Der Bruch von $\frac{32}{5}$ übertrifft den Bruch $\frac{4}{5}$ daher so viel mal an Größe, als der Multiplicator (8) Einheiten enthält. Ein Bruch wird daher multiplicirt, wenn man dessen Zähler multiplicirt.

Aufg. Multiplicire folgende Brüche: $\frac{4}{7}$ mit 9, $\frac{5}{9}$ mit 8, $\frac{11}{14}$ mit 15, $\frac{17}{24}$ mit 16, $\frac{23}{24}$ mit 18, $\frac{25}{48}$ mit 50.

2. Der Werth eines Bruches wird kleiner, wenn man seinen Nenner multiplicirt und den Zähler unverändert läßt.

Beisp. $\frac{1}{2\times 2}=\frac{1}{4}$

Aus Figur 1 sehet Ihr, daß $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$ und umgekehrt $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$, folgl. ist $\frac{1}{4}$ 2 mal kleiner als $\frac{1}{2}$, d. i. so viel mal so klein, als der Multiplicator (2) Einheiten hat. Ein Bruch wird daher dividirt, wenn man seinen Nenner multiplicirt.

Aufg. Dividire folgende Brüche: $\frac{2}{3}$ durch 2, $\frac{3}{4}$ durch 3, $\frac{5}{6}$ durch 4, $\frac{8}{9}$ durch 5.

3. Der Werth eines Bruches wird kleiner, wenn man dessen Zähler dividirt und den Nenner unverändert läßt.

Beisp. $^{3}|\frac{6}{7}|=\frac{2}{7}$.

$\frac{2}{7}$ sind in $\frac{6}{7}$ 3 mal enthalten; folgl. sind $\frac{2}{7}$ 3 mal kleiner, als $\frac{6}{7}$, d. i. so vielmal, als der Divisor (3) Einheiten hat.

Ein Bruch wird daher dividirt, wenn man seinen Zähler dividirt.

Aufg. Dividire folgende Brüche: $\frac{8}{9}$ durch 4, $\frac{9}{11}$ durch 3, $\frac{16}{21}$ durch 4, $\frac{35}{36}$ durch 7, $\frac{48}{35}$ durch 12.

4. Der Werth eines Bruches wird vergrößert, wenn man dessen Nenner dividirt und den Zähler unverändert läßt.

Beisp. $_{2}|\frac{1}{4}|=\frac{1}{2}$.

Nach Fig. 1 ist $\frac{1}{2}$ 2 mal so groß, als $\frac{1}{4}$, d. i. so viel mal, als der Divisor (2) Einheiten enthält. Ein Bruch wird daher multiplicirt, wenn man dessen Nenner dividirt.

Aufg. Multiplicire folgende Brüche: $\frac{5}{8}$ mit 2, $\frac{5}{6}$ mit 3, $\frac{7}{12}$ mit 4, $\frac{11}{16}$ mit 8, $\frac{35}{70}$ mit 35, $\frac{5}{25}$ mit 5.

5. Der Werth eines Bruches bleibt unverändert, wenn man dessen Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplicirt.

Beisp. $\frac{3\times 4}{5\times 4}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$.

Nach Theil I. § 18 No. 4 sind die Zahlen 12 und 20 theilbar durch 4, ohne einen Rest zu lassen. Dividirt man wirklich $\frac{12}{20}$ durch 4,

so erhält man $\frac{3}{4}$. Nun ist $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$; folgl. wird der Werth eines Bruches nicht geändert, wenn man dessen Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl multiplicirt.

Aufgaben. Multiplicire die Zähler und Nenner folgender Brüche: $\frac{3}{4}$ mit 2, $\frac{1}{4}$ mit 3, $\frac{2}{3}$ mit 4, $\frac{5}{6}$ mit 2, $\frac{4}{5}$ mit 3, $\frac{1}{8}$ mit 6, $\frac{4}{5}$ mit 5, $\frac{7}{12}$ mit 4.

6. Der Werth eines Bruches wird **nicht verändert**, wenn man dessen Zähler und Nenner durch die nämliche Zahl dividirt. Beisp. $3|\frac{9}{12}| = \frac{3}{4}$.

Multipliciren wir Zähler und Nenner des Bruches $\frac{3}{4}$ mit 3, so erhalten wir $\frac{9}{12}$; es ist aber $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$, folglich sind die Ausdrücke $\frac{9}{12}$ und $\frac{3}{4}$ von gleichem Werth; und es wird somit der Werth eines Bruches nicht verändert, wenn dessen Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividirt werden.

Aufg. Dividire die Zähler und Nenner folgender Brüche: $\frac{8}{12}$ durch 4, $\frac{15}{20}$ durch 5, $\frac{21}{27}$ durch 3, $\frac{24}{36}$ durch 12, $\frac{28}{42}$ durch 6, $\frac{39}{91}$ durch 13, $\frac{51}{170}$ durch 17.

7. Jeder Bruch stellt eine Divisionsaufgabe und zugleich den Quotienten derselben dar.

Nach § 1 c und d, bezeichnet ein Bruch **einen** oder **mehre** Theile von **mehren** Ganzen. Wir fanden $\frac{3}{4}$ = dem 4ten Theil von 3. Ebenso ist $\frac{1}{5}$ = dem 5ten Theil von 4, $\frac{5}{8}$ = dem 8ten Theil von 5 ꝛc. Nun erhalten wir z. B. den 5ten Theil von 4, wenn wir 4 durch 5 dividiren, d. i. $5|4|$. Der Zähler 4 ist demnach der Dividend und der Nenner 5 erscheint als Divisor der Divisionsaufgabe. — Der Quotient von $5|4|$ ist aber $\frac{4}{5}$, folglich ist ein Bruch auch zugleich Quotient, für die, durch ihn angedeutete Divisionsaufgabe.

Stelle folgende Brüche als Divisionsaufgaben dar: $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{14}{17}$, $\frac{11}{14}$.

§ 4. Das Vereinfachen oder Verkleinern von Brüchen.

Cancellation.

No. 6 des vorigen §, wonach Zähler und Nenner eines Bruches mit der nämlichen Zahl dividirt werden können, ohne den Werth desselben zu ändern, führt zu der **Vereinfachung** oder **Verkleinerung** der Brüche. — Wir fanden oben $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$. $\frac{3}{4}$ hat denselben Werth, wie $\frac{9}{12}$, aber $\frac{3}{4}$ ist ein **einfacherer, kürzerer, kleinerer** Ausdruck für dieselbe Größe, als $\frac{9}{12}$.

So ist $\frac{3}{7}$ ein verkleinerter Ausdruck für $\frac{1}{2}\frac{5}{4}$, ebenso erhält man für den Bruch $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$ den kürzeren Ausdruck $\frac{2}{7}$ ꝛc.

Durch das Verkleinern der Brüche wird das Rechnen ungemein erleichtert; es ist daher von großem Nutzen, sich mit der Methode des Verkleinerns recht vertraut zu machen. Die Regeln, durch deren Beachtung dasselbe bedeutend erleichtert wird, habe ich in § 18 Theil I. angegeben, und wiederhole sie hier wörtlich:

1. Jede Zahl ist theilbar durch 1 und durch sich selbst. So ist z. B. 1|9|9, d. i. 1 ist in 9 neunmal enthalten ohne einen Rest zu lassen; und 9|9|1, d. i. 9 ist in 9 einmal enthalten, ohne einen Rest zu lassen.

Ist eine Zahl der Art, daß sie bloß durch sich selbst und 1 theilbar ist, ohne einen Rest zu lassen, so wird sie Primzahl genannt. Solche Primzahlen sind 1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31 ꝛc.

2. Durch 2 ist jede gerade Zahl theilbar (ohne einen Rest zu lassen); d. i. jede Zahl, deren 1. Stelle 0, 2, 4, 6 oder 8 ist.
3. Durch 3 ist jede Zahl theilbar (ohne Rest) deren Quersumme sich durch 3 theilen läßt. Die Quersumme einer Zahl erhält man durch Addition ihrer Ziffern. Haben wir z. B. die Zahl 24683571, so ist ihre Quersumme 2+4+6+8+3+5+7+1=36, welche durch 3 theilbar ist, folglich ist es auch die Zahl 24683571. Ebenso ist die Zahl 17109021 durch 3 rein theilbar; denn die Quersumme 1+7+1+9+2+1=21, ist es.
4. Durch 4 ist jede Zahl rein theilbar, wenn es ihre zwei ersten Ziffern sind. So sind z. B. an der Zahl 3064 die 2 ersten Ziffern 64 durch 4 theilbar; demnach hat auch die ganze Zahl diese Eigenschaft. So ist ferner 4030960 durch 4 rein theilbar, weil es die 2 ersten Stellen: 60, sind.
5. Durch 5 ist jede Zahl theilbar, deren 1te Stelle 0 oder 5 enthält, wie 10, 15 ꝛc.
6. Durch 6 sind alle Zahlen theilbar, deren Quersumme diese Eigenschaft besitzt. So ist z. B. 234564 von dieser Art, denn die Quersumme 2+3+4+5+6+4 = 24, ist durch 6 theilbar. Stehen Nullen zwischen den Ziffern, so hebt dieß die Regel keineswegs auf; denn 23040506004 ist gleichfalls rein theilbar.
7. Für 7 hat man zwar auch Regeln, indessen kommt man schneller zum Ziel, wenn man die Division (nach der vereinfachten Methode) wirklich versucht.

8. Durch 8 sind alle Zahlen rein theilbar; deren 3 ersten Stellen diese Eigenschaft besitzen. Von der Zahl 322568 ist die Zahl der 3 ersten Stellen: 568, durch 8 theilbar; daher ist es auch die ganze Zahl 322568. Ebenso haben von der Zahl 20040, die 3 ersten Stellen: 040 diese Eigenschaft; folglich auch die ganze Zahl: 20040.

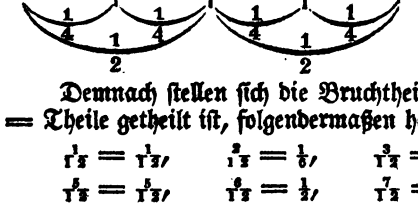
9. Mit 9 verhält es sich wie mit 3 und 6. Jede Zahl nämlich, deren Quersumme sich durch 9 theilen läßt, besitzt die erforderliche Eigenschaft; wie z. B. 3060450; 5670234 ꝛc.

10. Durch 10, 100, 1000 ꝛc. sind alle Zahlen theilbar, welche in den ersten Stellen 1, 2, 3 ꝛc. Nullen haben.

Für das Verkleinern durch 11 und 12 giebt es zwar auch Regeln, aber sie haben keinen practischen Werth.

Uebungen und Aufgaben über § 4.

Figur 3.



In Fig. 3 ist die Linie a b in 12 = Theile getheilt, folglich jeder dieser Theile $\frac{1}{12}$. Durch Vereinigung von $\frac{2}{12}(\frac{2}{12}\times\frac{1}{12})$ erhält man je $\frac{1}{6}$; $\frac{3}{12}(\frac{3}{12}\times\frac{1}{12})=\frac{1}{4}$; $\frac{4}{12}(\frac{4}{12}\times\frac{1}{12})=\frac{1}{3}$ und $\frac{6}{12}(\frac{6}{12}\times\frac{1}{12})=\frac{1}{2}$.

Demnach stellen sich die Bruchtheile eines Ganzen, das in 12 = Theile getheilt ist, folgendermaßen heraus:

$\frac{1}{12}=\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$, $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$, $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$,
$\frac{5}{12}=\frac{5}{12}$, $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$, $\frac{7}{12}=\frac{7}{12}$, $\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$,
$\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$, $\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$, $\frac{11}{12}=\frac{11}{12}$, $\frac{12}{12}=1$.

Auf diese Weise theilet ein Ganzes in 4, 6, 8, 9, 10, 16, 18, 24, 32, 36, 45, 48, 64, 72, 96 = Theile und verkleinert alle daraus entstehenden Brüche, die einer Verkleinerung fähig sind.

Ehe wir zu den 4 Species bei den Brüchen übergehen, müssen wir noch reden über 3 Punkte, nämlich über

1. das Zerlegen der Zahlen in ihre Factoren;
2. das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von 2 oder mehren Factoren (Hauptnenner) und
3. das Aufsuchen des größten gemeinschaftlichen Divisors für mehre Zahlen.

§ 5. Das Zerlegen der Zahlen in ihre Factoren. Factoring.

Factor bedeutet: Macher, Hervorbringer, Erzeuger.

Wenn z. B. die Zahlen 2 und 3 mit einander multiplicirt werden, so erzeugen sie die Zahl 6. 6 ist das Product (Erzeugte) der Zahlen 2 und 3.

Jede Zahl hat wenigstens 2 Factoren, nämlich 1 und sich selbst. So ist z. B. $3=1\times3$; $17=1\times17$ ꝛc.

Die Primzahlen haben blos 2 Factoren; alle übrigen Zahlen haben mehr als 2 Factoren.

Jeder Factor, der zugleich Primzahl (§ 4 No. 1) ist, wird Primfactor genannt. Jede Zahl hat 1 als Primfactor; da aber 1 als Factor kein Product ändert, so wird es in der Folge ausgelassen, wenn von Primfactoren die Rede ist.

Wie sind die Primfactoren einer Zahl zu finden?

Die einfachste Methode, die Primfactoren einer beliebigen Zahl zu finden, besteht darin, daß man sie erst durch ihren niedersten Primfactor dividirt, dann den ersten Quotienten durch seinen niedersten Primfactor dividirt, und so bei jedem folgenden Quotienten fortfährt. Die sämmtlichen Divisoren und der letzte Quotient bilden die Primfactoren der Zahl. Einige Beispiele zur Erläuterung.

Beisp. 1. Welches sind die Primfactoren von 24?

Aufl. 2 | 24 — Sämmtliche Primfactoren: 2, 2, 2 u. 3.
2 | 12 — 1ter Quotient
2 | 6 — 2ter „ — Beweis: $2\times2\times2\times3=24$.
3 — 3ter „

Beisp. 2. Welches sind die Primfactoren von 45?

Aufl. 3 | 45 — Sämmtliche Primfactoren: 3, 3 u. 5.
3 | 15 — 1ter Quotient
5 — 2ter „ — Beweis: $3\times3\times5=45$.

Beisp. 3. Welches sind die Primfactoren von 1856?

Aufl. 2 | 1856 — Sämmtl. Primfact.: 2, 2, 2, 2, 2, 2 u. 29.
2 | 928 — 1ter Quot.
2 | 464 — 2ter „ — Beweis: $2\times2\times2\times2\times2\times2\times29=1856$.
2 | 232 — 3ter „
2 | 116 — 4ter „
2 | 58 — 5ter „
29 — 6ter „

Aufgaben. Suchet die Primfactoren folgender Zahlen:

1.	Von 4	2.	Von 6	3.	Von 8	4.	Von 9
5.	„ 10	6.	„ 12	7.	„ 14	8.	„ 15
9.	„ 16	10.	„ 18	11.	„ 20	12.	„ 21
13.	„ 22	14.	„ 24	15.	„ 25	16.	„ 26
17.	„ 27	18.	„ 28	19.	„ 30	20.	„ 32
21.	„ 34	22.	„ 35	23.	„ 48	24.	„ 56
25.	„ 105	26.	„ 144	27.	„ 330	28.	„ 568
29.	„ 999	30.	„ 3420	31.	„ 18500	32.	„ 25025.

Das Product von 2 oder mehren Primfactoren irgend einer Zahl, wird secundärer Factor genannt. (Factor 2ter Classe.)

Nehmen wir die Zahl 24. Die Primfactoren davon sind: 2, 2, 2 u. 3; daraus ergeben sich folgende secundäre Factoren: $2\times2=4$, $2\times2\times2=8$, $2\times3=6$ u. $2\times2\times3=12$.

Aus den Primfactoren 2, 3 u. 7 der Zahl 42 ergeben sich folgende secundäre Factoren: $2\times3=6$, $2\times7=14$ und $3\times7=21$.

Die Primfactoren: 3, 5 und 7 geben folgende Factoren: $3\times5=15$, $3\times7=21$ und $5\times7=35$.

Aufgaben. Bestimmet die secundären Factoren:

33.	Aus den Primfactoren	2, 3 u. 5	von 30
34.	„ „ „	2, 3, 5 u. 7	„ 210
35.	„ „ „	2, 5 u. 7	„ 70
36.	„ „ „	2, 3, 5 u. 11	„ 330
37.	„ „ „	2, 7, u. 11	„ 154
38.	„ „ „	3, 5, 7 u. 11	„ 1155
39.	„ „ „	2, 3, 7 u. 13	„ 546
40.	„ „ „	3, 5, 7 u. 17	„ 1785.

Aus den bisherigen Darstellungen ist zu ersehen, daß

1. Jeder der Factoren, (Prim- oder secundär)- rein in deren Product enthalten ist; d. h. jedes Product kann durch jeden seiner Factoren dividirt werden, ohne einen Rest zu lassen.

Beweis. Jedes Product ist ein Vielfaches von jedem seiner Factoren.

Beisp. Das Product: 105 ist ein Vielfaches sowohl jedes seiner Primfactoren: 3, 5 und 7 als seiner secundären Factoren: 15, 21 und 35. Wie mit 105 verhält es sich mit jedem Producte, gegenüber seinen Factoren.

2. Jedes Vielfache eines Productes durch jeden der Factoren des Products dividirt werden kann, ohne einen Rest zu lassen.

Beisp. Das Product der Factoren 2, 5 u. 7=70 ist ein Vielfaches der Primfactoren 2, 5 u. 7 und der secundären Factoren 10, 14 u. 35. Multipliciren wir nun das Product 70 mit 2, 3, 4 oder irgend einer beliebigen Zahl, so wird jedes neue Product nur ein größeres Vielfaches von jedem der Factoren; folgl. ist auch jeder der Factoren in jedem der neuen Producte rein enthalten.

Nun bleibt noch zu zeigen, wie man aus einem gegebenen Factor und dem zugehörigen Producte — ferner aus mehren gegebenen Factoren und dem davon abhängenden Producte (P.) einen fehlenden Factor (F.) finden kann.

Beisp. Das P. sei 21; der gegebene F. 3; welches ist der fehlende F.?

Aufl. Man heiße den fehlenden F. x, so ist $x=\frac{21}{3}=7$.

Aufg. Was ist x, wenn das P. und ein F. gegeben sind in:

41. P. = 45 u. F. = 5? 42. P. = 63 u. F. = 9?
43. P. = 119 u. F. = 7? 44. P. = 483 u. F. = 21?
45. P. = 899 u. F. = 29? 46. P. = 1591 u. F. = 37?

Beisp. Das P. sei 462, die gegebenen F. 2, 3 u. 7: welches ist der fehlende F.?

Aufl. $x=\frac{462}{2\times3\times7}=\frac{462}{42}=11.$

Aufgaben. Was ist x zu folgenden gegebenen P. u. F.?

47. P.=210, F.=2, 3 u. 5? 48. P.=360, F.=5 u. 8?
49. P.=462, F.=2, 3 u. 7? 50. P.=4095, F.=5, 7 u. 9?
51. P.=9945, F.=5,9 u. 13? 52. P.=11880, F.=8,9 u. 11?
53. P.=3780, F.=4, 5 u. 9.
54. P.=3628800, F.=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 u. 9?

§ 6. Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von zwei oder mehren Factoren. Least common Multiple.

a. Das Vielfache einer Zahl, ist eine solche Zahl, welche durch die erstere dividirt werden kann, ohne Rest.

Z. B. 15 ist ein Vielfaches von 3, denn es besteht aus 5×3, 15 ist aber auch ein Vielfaches von 5, denn es besteht aus 3×5.

b. Es giebt unendlich viele Vielfache für die nämliche Zahl. Nehme ich 4 als gegebene Zahl, so ist 2×4 d. i. 8 ein Vielfaches von 4; ebenso 3×4 d. i. 12; 4×4 d. i. 16 ꝛc., überhaupt jede Zahl, welche durch Multiplication der Zahl 4 mit irgend einer andern Zahl, entsteht.

c. Ein gemeinschaftliches Vielfache von 2 oder mehren Zahlen ist eine solche Zahl, welche durch jede der gegebenen Zahlen rein dividirt werden kann.

So ist 24 ein gemeinschaftliches Vielfache von 2, 3, 4, 6, 8 und 12, denn alle diese Zahlen sind rein in 24 enthalten.

d. Es giebt unendlich viele gemeinschaftliche Vielfache von mehren Zahlen.

Wir fanden die Zahl 24 als gemeinschaftliches Vielfache von 2, 3, 4, 6, 8 und 12. Multipliciren wir nun 24 mit 2, 3, 4 ꝛc. überhaupt mit irgend einer Zahl, so ist jedes Product nur ein größeres Vielfaches von 2, 3, 4, 6, 8 und 12, als es 24 selbst ist. (§ 5 No. 2.)

e. Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von mehren Zahlen ist die kleinste Zahl, welche durch jede der gegebenen Zahlen rein dividirt werden kann. Sie enthält jeden Primfactor der sämmtlichen Factoren nur einmal und außer diesen keinen weitern F.

Es giebt nur ein kleinstes gemeinschaftliche Vielfache für mehre Zahlen. Dieses zu finden, giebt es 2 Methoden.

I. Methode.

Beisp. 1. Was ist das kleinste gem. Vielfache für 6 u. 15?
Aufl. $6=2\times3$ (3, als Primfactor der ersten Zahl darf gestrichen werden.)
$15=3\times5$
Daher $2\times3\times5=30$.

Beisp. 2. Was ist das kl. gem. Vielf. für 18 u. 42?
Aufl. $18=2\times3\times3$ (2 u. 3, als Primf. der Zahl 18, dürfen
$42=2\times3\times7$ gestrichen werden,)
folgl. $2\times3\times3\times7=126$.

Beisp. 3. Was ist das kl. gem. Vielf. von 6, 10, 16, 33 u. 56?
Aufl. $6=2\times3$ (Von 6, 10 u. 56 dürfen die Primfactoren 2 und von 33 darf 3 gestrichen werden,)
$10=2\times5$
$16=2\times2\times2\times2$
$33=3\times11$ folgl. $3\times5\times2\times2\times2\times2\times11\times7=18480$.
$56=2\times2\times2\times7$

Sind eine oder mehre der gegebenen Zahlen schon in größeren gegebenen Zahlen enthalten, so dürfen jene unmittelbar gestrichen werden.

Beisp. 4. Es seien gegeben 2, 5, 3, 4, 12, 25, 36 u. 75, so sind 2, 5, 3, 4, 12 u. 25 sämmtlich entweder in 75 oder 36 ent-

halten und dürfen demnach alle gestrichen und nur für 36 und 75 das kl. gem. Vielfache gesucht werden.

Aufgaben. Was ist das gem. kl. Vielf. für folgende Zahlen:
55. 12 u. 30? 56. 8 u. 20? 57. 18 u. 27? 58. 12 u. 27?
59. 6 u. 20? 60. 6, 10 u. 18? 61. 6, 8 u. 9?
62. 6, 15 u. 35? 63. 10, 12, 15? 64. 9, 15, 18 u. 24?
55. 8, 15, 12 u. 30? 66. 14, 21, 30, 35? 67. 3, 4, 5, 6 u. 7?
68. 10, 12, 16, 20 u. 24? 69. 9, 8, 12, 18, 24, 36 u. 72?
70. 2, 4, 8, 5, 15, 16, 25? 71. 3, 11, 9, 44, 27, 121?
72. 8, 4, 2, 16, 5, 15?

Als allgemeine Regel für Aufsuchung des kl. gem. Vielf. erhält man daher:

Löse jede der gegebenen Zahlen in ihre Primfactoren auf und multiplicire jene Primf. zusammen.

II. Methode.

Beisp. 1. Was ist das kl. gem. Vielf. der Zahlen 8, 12 u. 18?

Aufl.

2	8, 12, 18
2	4, 6, 9
3	2, 3, 9
	2, 1, 3

Dasselbe ist = 2×2×3×2×3=72?

Verfahren: Von 8, 12 u. 18 ist 2 ein gem. Primf.; wir plaziren nun 2 als Divisor vor die Zahlenreihe und beseitigen den Primf. 2 aus jeder der Zahlen 8, 12 u. 18 indem wir sie durch 2 dividiren.

Von 2 der erhaltenen Quotienten: 4 u. 6 ist wiederum 2 ein Primf., weßhalb wir sie nun durch 2 dividiren und dadurch die Quotienten: 2, 3 u. 9 erhalten. Von diesen sind 3 u. 9 durch 3 theilbar; durch Division derselben durch 3 erhalten wir als letzte Quotienten: 2, 1 u. 3, welche keinen gem. Primf. mehr haben. Die Divisoren 2, 2 u. 3 und die noch übrigen Quotienten 2 u. 3 stellen sämmtliche Primfactoren der Zahlen: 8, 12 u. 18 dar. Durch gegenseitige Multiplication dieser Primf. erhalten wir als kl. gem. Vielf. für die Zahlen: 8, 12 u. 18 das Product: 2×2×3×2×3=72.

Zuweilen ereignet es sich, daß nach ein- oder mehrmaligem Dividiren, eine oder einige der dividirten Zahlen sich der Art gestalten, daß sie nun in größern Zahlen derselben Reihe, als Factoren enthalten sind; in diesem Falle werden diese kleinern Zahlen (Quotienten) gestrichen.

Beisp. Was ist das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10 u. 15.

Aufl. Die Zahlen: 2, 3, 4 u. 5 sind in den größren Zahlen:

8, 10 und 15 enthalten; weßhalb jene gestrichen werden. Es bleiben daher nur noch:

2	6, 7, 8, 10 u. 15
	3, 7, 4, 5, 15

3 u. 5 sind nun F. von 15 u. können gestrichen werden. — Das kl. gem. Vielf. ist daher $2\times7\times4\times15=840$.

Beisp. 2. Was ist das kl. gem. Vielf. von 6, 9, 12, 10, 15, 8, 20, 18 u. 25?

Aufl. 6, 9 u. 10 sind F. größerer Zahlen, es bleiben daher noch:

2	12, 15, 8, 20, 18 u. 25
3	6, 15, 4, 10, 9, 25
5	2, 5, 4, 10, 3, 25
	4, 2, 3, 5

2 u. 5 sind F. v. 4 u. 25 u. w. gestr.

2 als F. von 4 wird gestrichen.

Das kl. gem. Vielf. ist daher: $2\times3\times5\times4\times3\times5=1800$.

Es ergeben sich daher als allgem. Regeln für die 2te Methode:

1. Setze sämmtl. gegebenen Zahlen in eine Reihe und streiche diejenigen von ihnen, welche als F. in größern enthalten sind.
2. Dividire die übrigen Zahlen durch einen Factor, welchen mehre von ihnen gemeinschaftlich haben, und setze die Quotienten und nicht theilbaren Zahlen in ihre resp. Stellen unter die 1. Reihe.
3. Wenn nun, oder nach weitern Divisionen, Quotienten erscheinen, welche als Factoren in größern Zahlen derselben Reihe enthalten sind, so streiche solche Quotienten.
4. Dividire die 2te, 3te ꝛc. Reihe, so lange, als noch wenigstens 2 Zahlen derselben Reihe, einen gemeinschaftlichen Divisor haben.
5. Nun multiplicire sämmtliche Divisoren, und nicht weiter theilbare Zahlen der letzten Reihe zusammen.

Bemerkung: Sind Zahlen gegeben, wovon auch nicht 2 einen gem. Factor haben, so hat man sämmtliche Zahlen gegenseitig zu multipliciren, um ihr kl. gem. Vielfache zu erhalten.

Aufgaben: Welches sind die kl. gem. Vielf. folgender Zahlen:

73. 9 u. 12? 74. 14 u. 21? 75. 6, 9 u. 15? 76. 4, 14 u. 35?
77. 6, 10, 15 u. 18? 78. 7, 11, 13 u. 3?
79. 8, 12, 20, 24 u. 25? 80. 63, 12, 84 u. 7?
81. 54, 81 u. 63? 82. 9, 10, 24, 25, 32 u. 45?
83. 98, 72, 64, 21 u. 18? 84. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 u. 9?
85. 4, 7, 9 u. 11? 86. 5, 7, 8, 9 u. 17?
87. 6, 9, 3, 12, 36, 18 u. 21? 88. 3, 11, 9, 44, 27 u. 121?
89. 8, 4, 2, 16, 5 u. 15? 90. 6, 9, 3, 15, 10 u. 12?

91. 7, 21, 28, 35, 9, 5, 6 u. 14?
92. 11, 14, 7, 35, 21, 132 u. 42?
93. 28, 70, 98, 140, 182, 7, 196, 168 u. 126?

§ 7. Der größte gemeinschaftliche Theiler.
Greatest common Divisor.

Theiler oder Maß einer Zahl, nennt man diejenige Zahl, welche die erstere rein theilt (ohne Rest.) So ist 3 ein Theiler von 6, 9, 12 ꝛc.; 5 ein Maß für 10, 15, 20 ꝛc.

Der Theiler oder das Maß darf nicht größer sein, als die zu theilende Zahl; denn sonst ist jenes nicht ein volles Mal enthalten in der zu messenden Größe.

Der Theiler oder das Maß kann gerade so groß sein, als die zu messende Größe; in diesem Falle ist das Maß einmal in jener enthalten.

Ein gemeinschaftlicher Theiler für mehre Zahlen ist eine solche Zahl, welche alle jene Zahlen rein theilt. So ist 3 ein gemeinschaftlicher Theiler für 6, 9, 12 ꝛc.; 7 für 14, 21, 28 ꝛc.

Der größte gem. Th. für mehre Zahlen ist die größte Zahl, welche jede der gegebenen Zahlen rein theilt. Die Zahlen: 12, 18 u. 24 haben je 2 u. 3 als Primf. Daher ist $2\times3=6$ ihr größter gem. Theiler.

Es giebt 2 Methoden, den gr. gem. Th. (Maß, Factor, Divisor) für mehre Zahlen zu finden.

I. Methode.

Beisp. 1. Welches ist der gr. gem. Th. der Zahlen: 36 u. 198?

Aufl. $36=2\times2\times3\times3$
$198=2\times3\times3\times11$

Die Primf. 2, 3 u. 3 sind also beiden Zahlen gemeinschaftlich, folgl. ist es auch ihr Product 18. (§ 5 № 1.) 18 ist also der gr. gem. Th. für 36 u. 198.

Beisp. 2. Welches ist der gr. gem. Th. für 24 u. 42?

Aufl. $24=2\times2\times2\times3$ u.
$42=2\times3\times7$.

2 u. 3, mithin auch 6 sind demnach gemeinschaftliche Factoren für 24 u. 42.

Beisp. 3. Welches gem. Maß haben die Zahlen: 45, 75, 165 u. 255?

Aufl. $45=3\times\overbrace{3\times5}$ 3×5, d. i. 15 ist demnach der gr. gem. F. für 45, 75, 165 u. 255.

$75=3\times\overbrace{5\times5}$

$165=3\times\overbrace{5\times11}$

$255=3\times\overbrace{5\times17}$

Aus den oben entwickelten Beispielen ergeben sich für Methode I. folgende Regeln:

1. Löse jede der gegebenen Zahlen auf in ihre Primfactoren.
2. Multiplicire diejenigen der Primf. welche jeder Zahl eigen sind; das hieraus entstehende Product ist der jedesmalige gr. gem. Th.

Aufg. Bestimme den größten gem. Th. zu den folg. Zahlen:

1. 42 u. 54? 2. 70 u. 110? 3. 105 u. 165? 4. 60 u. 90?
5. 140 u. 210? 6. 66 u. 154? 7. 154 u. 280?
8. 231 u. 273? 9. 30, 42 u. 66? 10. 60, 90 u. 150?
11. 12, 108, 132 u. 204? 12. 60, 165, 255 u. 315?
13. 54, 126, 198, 270 u. 360? 14. 48, 120, 216, 262 u. 408?
15. 11, 13, 21, 35 u. 43?

II. Methode.

Diese Methode gründet sich auf folgende Sätze

1. Ein Factor von einer Zahl ist auch zugleich Factor von jedem Vielf. dieser Zahl. (S. § 5 c u. d.)
2. Ein gem. Th. von 2 Zahlen ist auch der Th. für ihre Summe. Denn enthält die eine der beiden Zahlen den Factor 5 mal und die andere 3 mal, so muß ihre Summe denselben 5+3 d. i. 8 mal enthalten.

   Beisp. 6 ist gem. Th. für 18 u. 42, denn $18=3\times6$ u. $42=7\times6$, die Summe der Zahlen aber ist 60, d. i. $3+7=10$ mal 6.
3. Ein gem. Th. zweier Zahlen ist auch ein Th. ihres Unterschieds. Enth. eine der beiden Zahlen den F. 7 mal und die andere 5 mal, so muß ihre Differenz denselben $7-5=2$ mal enthalten.

   Beisp. 8 ist gem. Th. von 32 u. 56. In 32 ist 8 viermal und in 56 sieben mal enthalten, folgl. ist ihr Unterschied $7-4=3\times8$ d. i. 24.

Diesen Grundsätzen zu Folge wollen wir nun einige Beispiele nach der II. Methode lösen.

Beisp. 1. Was ist der gr. gem. Divisor der Zahlen: 66 u. 154

Aufl. 66|154|2 — 22 ist der verlangte gr. gem. Th., dem
132 — 22 ist ein Factor von 66, aber auch von
22|66|3 — 2×66+22, d. i. 154 (§ 7, 1 u. 2.)

Beisp. 2. Welches ist der gr. gem. Divisor für 16 u. 44?

Aufl. 16|44|2 — 4 ist demnach der gr. gem. Th. für 16
32 — u. 44. 4 ist F. von 12, also auch von
12|16|1 — 12+4=16, folgl. auch von 2×16+
12 — 12 d. i. 44.
4|12|3

Beisp. 3. Welches ist der gr. gem. Th. von 27 u. 48?

Aufl. 27|48|1 — 3 ist F. von 18, folgl. auch von 18+
27 — 3=21, ebenso von 21+6=27, folgl.
21|27|1 — auch von 27+21=48.
21
6|21|3
18
3

Hieraus folgt als Regel zur Aufsuchung des gr. gem. Th. für 2 Zahlen, nach der II. Methode:

Dividire die kleine Zahl in die größere; nun theile den 1ten Divisor durch den Rest, hierauf den 2ten Divisor durch den neuen Rest ꝛc. bis kein Rest mehr bleibt. Der letzte Divisor ist alsdann der jedesmalige gr. gem. Th.

Soll der gr. gem. Th. für mehr als 2 Zahlen nach dieser Methode gefunden werden, so hat man ihn erst für 2 dieser Zahlen zu bestimmen; dann für diesen Theiler und eine 3te Zahl, hernach für diesen Theiler und eine 4te Zahl ꝛc.

Aufg. Bestimme die gr. gem. Divisoren für folgende Zahlen:

16. 42 u. 495? 17. 247 u. 323? 18. 285 u. 465?
19. 532 u. 1274? 20. 337 u. 759? 21. 9873 u. 69087?
22. 1814 u. 1776? 23. 693 u. 1815? 24. 2145 u. 3471?
25. 480 u. 17017? 26. 66284 u. 153452?
27. 40, 55 u. 105? 28. 70, 154 u. 819?
29. 120, 168 u. 1768? 30. 12, 18, 24 u. 30?

Die erste Methode ist den Kindern viel faßlicher, als es die zweite ist, um so mehr, da sie durch die beiden vorhergehenden §§ in der Auflösung der Zahlen in ihre Primf. geübt wurden. Die Vortheile der ersten Methode über die zweite werden noch bedeutender, wenn der gr. gem. Th. für mehr wie 2 Zahlen bestimmt werden soll.

§ 8. Addition von Brüchen. Addition of Fractions.

Es bieten sich bei der Addition der Brüche folgende Fälle dar:

1. Die zu addirenden Brüche haben alle denselben Nenner.

In diesem Falle werden die Zähler addirt und ihre Summe durch ihren Nenner dividirt. Der Quotient giebt die Summe der Brüche. (§ 2.)

Beisp. 1. $\frac{1}{8}+\frac{2}{8}+\frac{3}{8}+\frac{4}{8}+\frac{5}{8}+\frac{6}{8}+\frac{7}{8}=\frac{28}{8}=3\frac{4}{8}=3\frac{1}{2}$.

Beisp. 2. $\frac{2}{15}+\frac{7}{15}+1\frac{1}{15}+1\frac{3}{15}+\frac{8}{15}+1\frac{4}{15}+1\frac{3}{15}+1\frac{10}{15}=\frac{68}{15}=4\frac{8}{15}$.

Beisp. 3. $\frac{11}{27}+\frac{17}{27}+\frac{16}{27}+\frac{14}{27}+\frac{23}{27}+\frac{20}{27}=\frac{101}{27}=3\frac{20}{27}$.

Aufgaben. Was ist die Summe folgender Brüche?

1. $\frac{1}{9}+\frac{2}{9}+\frac{3}{9}+\frac{4}{9}+\frac{5}{9}+\frac{6}{9}+\frac{7}{9}+\frac{8}{9}$?
2. $\frac{1}{16}+\frac{3}{16}+\frac{5}{16}+1\frac{7}{16}+\frac{9}{16}+1\frac{1}{16}+1\frac{3}{16}+1\frac{5}{16}$?
3. $\frac{2}{21}+\frac{4}{21}+\frac{6}{21}+\frac{8}{21}+1\frac{0}{21}+1\frac{2}{21}+1\frac{4}{21}+1\frac{6}{21}+1\frac{8}{21}+1\frac{20}{21}$?
4. $\frac{5}{24}+\frac{9}{24}+\frac{13}{24}+\frac{9}{24}+1\frac{6}{24}+1\frac{1}{24}+\frac{20}{24}+\frac{23}{24}$?
5. $\frac{5}{32}+1\frac{9}{32}+1\frac{13}{32}+1\frac{0}{32}+\frac{31}{32}+1\frac{4}{32}+\frac{22}{32}+\frac{17}{32}$?
6. $\frac{4}{45}+\frac{11}{45}+\frac{14}{45}+\frac{21}{45}+\frac{34}{45}+\frac{41}{45}+1\frac{0}{45}$?
7. $\frac{11}{64}+\frac{21}{64}+\frac{31}{64}+\frac{41}{64}+\frac{51}{64}+\frac{61}{64}+\frac{45}{64}+\frac{59}{64}$?
8. $\frac{1}{20}+\frac{2}{20}$ ..... bis $\frac{19}{20}$?

2. Die zu addirenden Brüche seien gemischte Brüche, haben aber alle denselben Nenner. S. § 2 No. 1, 2.

In diesem Falle werden erst die Brüche addirt und ihre Summe in Ganze verwandelt, wie zuvor gezeigt wurde; hernach werden die Ganzen addirt und die von den Brüchen erhaltenen Ganzen dazu gezählt. Diese Summe ist die Summe der gemischten Brüche.

Beisp. 1. $3\frac{5}{12}+5\frac{7}{12}+8\frac{11}{12}+10\frac{10}{12}+6\frac{1}{12}+9\frac{3}{12}$.

Aufl. $\frac{5}{12}+\frac{7}{12}+\frac{11}{12}+\frac{10}{12}+\frac{1}{12}+\frac{3}{12}=\frac{37}{12}=3\frac{1}{12}$;

$3+5+8+10+6+9$ Ganze $=41$ Ganze;

folgl. die ganze Summe $=44\frac{1}{12}$.

Aufgaben dieser Art werden indeß meist in der gewöhnlichen Additionsform gegeben, wie:

Beisp. 2.
$$\begin{array}{r} 5\frac{5}{12} \\ 6\frac{7}{12} \\ 9\frac{1}{12} \\ \frac{13}{12} \\ 10\frac{17}{12} \\ \hline 30\frac{43}{12}=2\frac{7}{12} \end{array}$$
, ganze Summe $30+2\frac{7}{12}=32\frac{7}{12}$.

Aufgaben. Was ist die Summe von:

9. $\frac{5}{11}+\frac{10}{11}+5\frac{5}{11}+8\frac{10}{11}+\frac{11}{11}+10\frac{5}{11}+20\frac{30}{11}+\frac{12}{11}$?

10. $8\frac{9}{23}+25\frac{11}{23}+\frac{24}{23}+12\frac{13}{23}+16\frac{13}{23}+17\frac{17}{23}$?
11. $9\frac{7}{30}+10\frac{11}{30}+\frac{13}{30}+14\frac{17}{30}+17\frac{19}{30}+\frac{23}{30}+18\frac{29}{30}$?
12. $25\frac{13}{48}+\frac{17}{48}+15+12\frac{19}{48}+30\frac{31}{48}+40\frac{47}{48}$?
13. $16\frac{19}{1\,2\,4}+45\frac{47}{1\,2\,4}+100+121\frac{59}{1\,2\,4}+85\frac{87}{1\,2\,4}$?

3. Die zu addirenden Brüche (eigentliche und gemischte) haben verschiedene Nenner. Hiebei treten 2 Fälle ein: entweder haben die Nenner
   a. keine gemeinschaftliche Factoren, oder
   b. sie haben gemeinschaftliche Factoren.

3a. In diesem Falle sind sämmtliche Nenner mit einander zu multipliciren, um das kleinste gemeinschaftliche Vielfache (Hauptnenner) zu erhalten. S. § 6, Meth. II. Bemerkung.

Beisp. 1. Was ist die Summe von $\frac{5}{6}$ u. $\frac{6}{7}$?

Aufl. 42

$\frac{5}{6}\,|\,\frac{1}{6}=\frac{7}{42}$, $\frac{5}{6}=5\times 7$ d. i. $\frac{35}{42}$ Hptn. $6\times 7=42$.

$\frac{6}{7}\,|\,\frac{1}{7}=\frac{6}{42}$, $\frac{6}{7}=6\times 6$ d. i. $\frac{36}{42}$

$1\frac{29}{42}$ $\qquad$ $\frac{71}{42}=1\frac{29}{42}$.

Beisp. 2. Welches ist die Summe von $\frac{3}{5}$, $2\frac{6}{7}$ u. $3\frac{5}{8}$?

Aufl. 280 Haptn. $5\times 7\times 8=280$.

$\frac{3}{5}\,|\,\frac{1}{5}=\frac{56}{280}$, $\frac{3}{5}=3\times 56$ d. i. $\frac{168}{280}$

2 $\frac{6}{7}\,|\,\frac{1}{7}=\frac{40}{280}$, $\frac{6}{7}=6\times 40$ d. i. $\frac{240}{280}$

3 $\frac{5}{8}\,|\,\frac{1}{8}=\frac{35}{280}$, $\frac{5}{8}=5\times 35$ d. i. $\frac{175}{280}$

5 $\qquad$ $\frac{583}{280}=2\frac{23}{280}$

$+2\frac{23}{280}$

$7\frac{23}{280}$

Haben die Schüler gehörige Einsicht und Gewandtheit bei dieser Art von Aufgaben erlangt, so wende man die kürzere Additionsform an, wie bei

Beisp. 3. Was ist die Summe von $3\frac{3}{4}$, $2\frac{4}{5}$, $5\frac{7}{9}$, $10\frac{9}{11}$?

Aufl. Hauptn. $=4\times 5\times 9\times 11=1980$.

1980

$3\frac{3}{4}$	495	$\times\ 3=1485$
$2\frac{4}{5}$	396	$\times\ 4=1584$
$5\frac{7}{9}$	220	$\times\ 7=1540$
$10\frac{9}{11}$	180	$\times 10=1800$

Die mündliche Auflösung ist dieselbe wie bei Beisp. 2 u. 3. Nur die schriftliche Darstellung ist abgekürzt.

20 $\qquad$ $\frac{6409}{1980}=3\frac{469}{1980}$

$+3\frac{469}{1980}$

$23\frac{469}{1980}$

Aufgaben.

15. $\frac{7}{8}$, $8\frac{1}{2}$, $2\frac{5}{8}$?
16. $4\frac{2}{3}$, $5\frac{3}{7}$, $\frac{1}{4}$, $9\frac{5}{11}$?
17. $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{8}{11}$?
18. $\frac{2}{3}$, $1\frac{3}{4}$, $2\frac{5}{7}$, $8\frac{9}{13}$?
19. $5\frac{7}{13}$, $\frac{8}{11}$, $23\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$?
20. $13\frac{1}{3}$, $25\frac{4}{5}$, $1\frac{5}{7}$, $\frac{8}{13}$, $211\frac{1}{2}$?
21. $22\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$, $114\frac{3}{11}$, $37\frac{4}{7}$?

3b. In diesem Falle ist der Hauptn. der Brüche zu bestimmen nach § 6, Methode I. oder II.

Viele Rechner geben der I. Methode den Vorzug; die II. ist indeß mehr im Gebrauch. Es ist übrigens vortheilhaft für Schüler, wenn sie abwechselnd bald I. bald II. anwenden.

Um Wiederholungen zu vermeiden, will ich den Hauptn. nur bei einem Beispiele nach der I. und bei einem Beisp. nach der II. Methode bestimmen und verweise die Schüler im Uebrigen auf § 6, woselbst das Verfahren und der Beweis, von beiden Methoden gegeben sind.

Beisp. 1. Was ist die Summe von $2\frac{1}{2}$, $4\frac{3}{4}$, $5\frac{3}{8}$, $\frac{2}{5}$, $1\frac{8}{13}$, $21\frac{7}{10}$, $9\frac{12}{25}$?

Aufl. Hauptn. $2=2$
$4=2\times2$
$8=2\times2\times2$
$5=5$
$15=3\times5$
$16=2\times2\times2\times2$
$25=5\times5$

folgl. $3\times2\times2\times2\times2\times5\times5=1200$.

Nun ist: 1200

$2\frac{1}{2}$	$600\times1=600$
$4\frac{3}{4}$	$300\times3=900$
$5\frac{3}{8}$	$150\times3=450$
$\frac{2}{5}$	$240\times2=480$
$1\frac{8}{13}$	$80\times8=640$
$21\frac{7}{10}$	$75\times7=525$
$9\frac{12}{25}$	$48\times12=576$

42
$+\ 3\frac{571}{1200}$
$45\frac{571}{1200}$

$\frac{411}{1200}=3\frac{571}{1200}$

Beisp. 2. Was ist die Summe von $2\frac{1}{6}$, $4\frac{1}{6}$, $\frac{7}{12}$, $28\frac{5}{12}$, $11\frac{5}{12}$, $7\frac{3}{4}$, $4\frac{1}{11}$, $13\frac{11}{12}$, $9\frac{7}{12}$?

Aufl. Hauptn. 6, 9, 12, 10, 15, 8, 28, 18, 25.

2	12, 15, 8, 28, 18, 25
3	6, 15, 4, 14, 9, 25
2	2, 5, 4, 14, 3, 25
	2, 7, 3, 25

folgl. $2\times3\times2\times2\times7\times3\times25=12600$

(Die N. 6, 9 u. 10 sind in 18 und dem geraden Vielfachen von 25 enthalten.)

12600		
$2\frac{5}{6}$	$2100 \times 5 = 10500$	
$4\frac{5}{8}$	$1400 \times 5 = 7000$	
$\frac{7}{12}$	$1050 \times 7 = 7350$	
$28\frac{9}{10}$	$1260 \times 9 = 11340$	
$11\frac{8}{15}$	$840 \times 8 = 6720$	
$7\frac{3}{8}$	$1575 \times 3 = 4725$	
$4\frac{1}{2}\frac{1}{2}$	$450 \times 11 = 4950$	
$13\frac{1}{13}$	$700 \times 11 = 7700$	
$9\frac{7}{25}$	$504 \times 7 = 3528$	
78		$\frac{63}{126}\frac{81}{100}\frac{13}{00} = 5\frac{81}{126}\frac{3}{00} = 5\frac{27}{42}\frac{1}{00}$.
$+ 5\frac{27}{42}\frac{1}{00}$		
$83\frac{27}{42}\frac{1}{00}$		

22. $4\frac{1}{2}$, $3\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $13\frac{3}{7}$, $\frac{5}{21}$, $\frac{7}{12}$?
23. $14\frac{5}{6}$, $8\frac{5}{6}$, $3\frac{2}{3}$, $11\frac{7}{15}$, $\frac{9}{10}$, $8\frac{5}{12}$?
24. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{11}{12}$?
25. $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{19}{21}$, $4\frac{2}{3}$, $6\frac{11}{12}$?
26. $4\frac{7}{8}$, 5, $\frac{1}{4}$, $9\frac{1}{12}$, $\frac{2}{3}$, $6\frac{5}{8}$, $5\frac{5}{8}$?
27. $3\frac{3}{4}$, $4\frac{1}{2}$, $5\frac{7}{12}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{3}{5}$, $14\frac{5}{6}$, $6\frac{1}{3}$, $5\frac{7}{10}$?
28. $19\frac{3}{5}$, $7\frac{3}{4}$, $5\frac{11}{24}$, $6\frac{2}{3}$, $11\frac{9}{10}$, $5\frac{19}{32}$, $8\frac{7}{48}$, $9\frac{11}{48}$, $26\frac{7}{12}$?
29. $14\frac{5}{6}$, $9\frac{8}{21}$, $7\frac{15}{24}$, $\frac{9}{25}$, $8\frac{5}{6}$, $63\frac{2}{3}$, $24\frac{5}{6}$, $\frac{5}{14}$?

4. Die zu addirenden Brüche haben je 1 als Zähler und es seien derselben blos 2.

In diesem besondern Falle addire man die Nenner der 2 gegebenen Brüche und setze ihre Summe als Zähler; hierauf multiplicire man dieselben Nenner mit einander und setze ihr Product als Nenner; so ist der neuentstandene Bruch = der Summe der 2 gegebenen Brüche.

Beisp. Was ist die Summe von $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$?

Aufl. $= \frac{3+5=8}{3\times 5=15}$ Beweis $\frac{1}{3}=\frac{5}{15}$, $\frac{1}{5}=\frac{3}{15}$, folgl. $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{5}{15}+\frac{3}{15}=\frac{8}{15}$.

Aufgaben. Was sind die Summen von

30. $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$? 31. $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$? 32. $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$? 33. $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{11}$?
34. $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{16}$? 35. $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{25}$?

Vermischte Aufgaben. Welches sind die Summen von:

36. $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{8}{11}$? 37. $104\frac{2}{5}$, $\frac{1}{17}$, $44\frac{3}{5}$, $6\frac{3}{7}$, $502\frac{3}{7}$?
38. $6\frac{7}{8}$, $3\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $7\frac{5}{16}$, $\frac{1}{8}$, $25\frac{3}{15}$?
39. $4\frac{2}{3}$, $8\frac{6}{11}$, $\frac{5}{8}$, $21\frac{23}{44}$, $16\frac{16}{17}$, $12\frac{10}{121}$? 40. $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{15}$?
41. $17\frac{2}{3}$, $19\frac{2}{3}$, $40\frac{5}{6}$, $\frac{5}{6}$, $18\frac{1}{2}$?
42. $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{3}{1000}$, $\frac{3}{10000}$, $\frac{3}{100000}$?
43. $\frac{2}{2}$, $\frac{2}{1}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{25}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{25}{1}$? 44. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{10}$?
45. $24\frac{7}{54}$, $25\frac{8}{25}$, $26\frac{9}{25}$, $27\frac{10}{27}$, $28\frac{11}{25}$?
46. $25\frac{7}{11}$, $8\frac{9}{14}$, $3\frac{4}{7}$, $9\frac{11}{32}$, $\frac{8}{21}$, $118\frac{47}{132}$, $24\frac{10}{21}$, $7\frac{23}{48}$, $1\frac{1}{2}$?
47. $723\frac{5}{6}$, $48\frac{5}{13}$, $605\frac{5}{6}$, $9\frac{7}{30}$, $816\frac{8}{12}$, $80\frac{44}{82}$, $35\frac{111}{130}$, $1009\frac{10}{14}\frac{9}{5}$, $70\frac{7}{10}$?
48. $406\frac{1}{3}\frac{1}{3}$, $7011\frac{81}{70}$, $400\frac{64}{98}$, $9060\frac{99}{140}$, $463\frac{111}{112}$, $16\frac{3}{7}$, $50049\frac{10}{16}\frac{3}{6}$, $411\frac{33}{168}$, $15\frac{145}{156}$?

49. $45\frac{7}{15}$, $8\frac{7}{17}$, $50007\frac{7}{16}$, $3080\frac{7}{16}$, $806\frac{7}{16}$, $44067\frac{4}{7}$, $9005\frac{11}{16}$, $730\frac{97}{210}$, $95\frac{7}{17}$?

50. $1407206\frac{5}{7}$, $40518\frac{1}{2}$, $507680\frac{2}{3}$, $8060\frac{2}{3}$, $9080050\frac{10}{11}$, $7909\frac{11}{16}$, $50030\frac{11}{17}$?

5. Bildung und Berechnung bestimmter Bruch-Additions-Aufgaben.

Die Bildung und Berechnung bestimmter Bruch-Additions-Aufgaben gründet sich auf das Gesetz der arithmetischen Progressionen. Ich verweise die Lehrer auf Theil I. § 6, woselbst sie genauen Aufschluß hierüber erhalten.

Für diejenigen, welche Theil I. nicht besitzen sollten, will ich ein Beispiel dieser Art, hier ausführen.

Beisp. Es sei gegeben der Bruch $\frac{4}{7}$, nun sollen 5 Brüche dazu gefügt werden, von welchen jeder $\frac{2}{7}$ größer ist, als der nächst voranstehende: welches ist der 6te Bruch? und was ist die Summe aller 6 Brüche?

Aufl.

		15			
1ter	Bruch	$\frac{4}{7}$	3 ×	4 =	12
2ter	"	$1\frac{7}{17}$	1 ×	7 =	7
3ter	"	$2\frac{3}{17}$	1 ×	2 =	2
4ter	"	$2\frac{13}{17}$	1 ×	12 =	12
5ter	"	$3\frac{7}{17}$	1 ×	7 =	7
6ter	"	$4\frac{3}{17}$	1 ×	2 =	2
		12			$1\frac{3}{7}$ = $2\frac{4}{7}$
		+ $2\frac{4}{7}$			
		$14\frac{4}{7}$			

Für Lehrer.

Setzen wir in derartigen Beispielen den 1ten Bruch = e, den letzten = l, den stetigen Unterschied (Differenz) = d, die Anzahl der Br. (number) = n, so haben wir folgende Formel für l:

$l = e + (n-1)\,d$, d. i. für obiges Beisp.

$l = \frac{4}{7} + (6-1)\frac{2}{7}$, nun ist $6-1=5$, u. $5 \times \frac{2}{7} = \frac{10}{7}$, folgl. $l = \frac{4}{7} + \frac{10}{7} = 4\frac{3}{17}$, u. setzen wir die Summe = S. so hat man

$S. = e + l \times \frac{n}{2}$. d. i. für obiges Beisp.

$S. = (\frac{4}{7} + 4\frac{3}{17})\,\frac{6}{2}$, nun ist $\frac{4}{7} + 4\frac{3}{17} = 7\frac{4}{7}$ und $\frac{6}{2} = 3$, folgl. $S. = 7\frac{4}{7} \times 3 = 14\frac{4}{7}$.

Die Vortheile derartiger Aufgaben, werden dem Lehrer auf den ersten Blick einleuchten. Aufgaben, deren jede den Schüler $\frac{1}{2}$ Stunde in Anspruch nimmt, controllirt der Lehrer in ein paar Minuten, besonders, wenn er den stetigen Zuwachs 10 mal addiren läßt.

Aufgaben. Welches ist der letzte Bruch und die Summe aller Brüche, wenn der 1te Bruch

51. $= 1\frac{1}{7}$, die stet. Zunahme $= \frac{1}{7}$ u. die Anzahl der Glieder = 8 ist?

52. = $2\frac{4}{7}$, d. stet. Zunahme = $\frac{4}{7}$ u. d. Anzahl d. Glieder = 5 ist
53. = $3\frac{7}{8}$ " $1\frac{3}{7}$ " = 6,
54. = $5\frac{5}{6}$ " $2\frac{4}{7}$ " = 7,
55. = $7\frac{7}{11}$ " $3\frac{4}{5}$ " = 4,
56. = $4\frac{7}{11}$ " $2\frac{5}{8}$ " = 9,
57. = $5\frac{5}{13}$ " $3\frac{4}{7}$ " = 10,
58. = $10\frac{9}{16}$ " $5\frac{5}{8}$ " = 11,
59. = $37\frac{9}{17}$ " $16\frac{6}{11}$ " = 12,
60. = $103\frac{1}{13}$ " $25\frac{2}{3}\frac{5}{5}$ " = 13,

Practische Aufgaben.

61. A. hatte $36\frac{1}{4}$ $ und erhielt hiezu $22\frac{3}{4}$ $, wie viel hatte er nun?
62. Der kleinere von zwei Brüchen ist $45\frac{1}{4}$, der Unterschied zwischen ihm und dem größern ist $14\frac{1}{2}$: was ist der größere?
63. A. hatte $214\frac{3}{4}$ $ und gewann damit $67\frac{7}{12}$ $; wie viel hatte er nun?
64. A. hatte noch $311\frac{1}{16}$ $, $63\frac{5}{8}$ $ hat er verloren, wie viel hatte er erst?
65. A. kaufte für $125\frac{3}{4}$ $ Kaffee und erhielt dafür $1123\frac{1}{2}$ ℔, ferner kaufte er $709\frac{1}{16}$ ℔ Kaffee für $81\frac{5}{8}$ $; wie viel Kaffee erhielt er? und wie viel bezahlte er hiefür?
66. A. kauft 3 Lotten, für deren jede er $409\frac{7}{8}$ $ bezahlt; wie viel bezahlt er im Ganzen?
67. A. erhält $245\frac{5}{8}$ bu. und B. $38\frac{9}{16}$ bu. Weizen mehr als A., wie viel erhielt B.? und wie viel erhielten A. u. B. zusammen?
68. A. erhielt $16\frac{5}{12}$ T. Heu, B. $5\frac{1}{4}$ T. mehr als A., und C. $2\frac{1}{12}$ T. mehr als A. und B. zusammen; wie viel erhielt B.? wie viel C.? und wie viel erhielten A., B. u. C. zusammen?
69. A. kauft 3 Bauplätze für 1000 $ und gewinnt an jedem $128\frac{1}{4}$ $; wie viel löst er daraus? und wie viel gewinnt er daran?
70. A. bezahlte $416\frac{1}{2}\frac{3}{5}$ $ und blieb noch $223\frac{7}{8}$ $ schuldig, wie viel hatte er erborgt?
71. Ein Körper fällt in der ersten Sekunde $15\frac{3}{4}$ ft. in jeder folgenden Sek. $30\frac{1}{8}$ ft. mehr als in der nächstvorhergehenden, wie viel ft. fällt er in der 10. Sek., und wie tief in 10 Sek.?
72. Von 6 Gefäßen hält das erste $4\frac{3}{8}$ gal. und jedes folgende $2\frac{1}{12}$ gal. mehr: wie viel hält das 6te und wie viel alle zusammen?

§ 9. Subtraction von Brüchen. Subtraction of Fractions.

Ueber Subtraction s. Th. I. § 7.

Bei der Subtraction von Brüchen ergeben sich folg. Fälle:

1. Die Brüche sind eigentliche Brüche und haben denselben Nenner.

Beisp. Subtrahire $\frac{5}{12}$ von $1\frac{1}{12}$.

Aufl. $1\frac{1}{12} - \frac{5}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

In diesem Falle hat man blos den Zähler des Subtrahend von dem Zähler des Minuend abzuziehen; der Rest ist der Zähler des Unterschieds.

Aufgaben. Subtrahire:

1. $\frac{2}{11}$ von $\frac{7}{11}$.
2. $\frac{7}{15}$ von $1\frac{1}{15}$.
3. $\frac{11}{17}$ von $\frac{27}{17}$.
4. $\frac{19}{111}$ von $\frac{167}{111}$.
5. $\frac{150}{172}$ von $\frac{628}{172}$.
6. $\frac{95}{1111}$ von $\frac{7603}{1111}$.
7. $\frac{1003}{12008}$ von $\frac{12800}{12008}$.
8. $\frac{6017}{24006}$ von $\frac{22222}{24006}$.

2. Es ist ein Bruch (eigentlich oder gemischt) von einer ganzen Zahl abzuziehen.

Beisp. 1. Von 10 subtrahire $\frac{5}{6}$.

Aufl. $10 - \frac{5}{6} = 9\frac{4}{6}$. Von 10 Ganzen entlehne 1 Ganzes, verwandle dasselbe in $\frac{6}{6}$, subtrahire hievon $\frac{5}{6}$, so bleiben als Rest $9\frac{4}{6}$.

Beisp. 2. Von 23 Subtrahire $7\frac{11}{12}$.

Aufl. $23 - 7\frac{11}{12} = 15\frac{1}{12}$. Von 23 Ganzen entlehne 1 Ganzes, verwandle dasselbe in $\frac{12}{12}$, subtrahire hievon $\frac{11}{12}$: so bleiben $\frac{1}{12}$. Ferner subtrahire von den 22 Ganzen, 7 Ganze, so bleibt als Rest 15 Ganze. Mithin ist der ganze Rest $15\frac{1}{12}$.

Aufgaben: Was ist der Unterschied zwischen

9. 12 u. $4\frac{3}{7}$?
10. 19 u. $3\frac{3}{7}$?
11. 13 u. $9\frac{1}{11}$?
12. 14 u. $8\frac{2}{7}$?
13. 17 u. $6\frac{1}{13}$?
14. 23 u. $13\frac{1}{2}$?
15. $\frac{13}{16}$ u. 47?
16. $75\frac{11}{12}$ u. 139?
17. 133 u. $13\frac{33}{177}$?
18. $54\frac{1}{13}$ u. 75?
19. 100 u. $\frac{97}{100}$?
20. $505\frac{703}{3333}$ u. 1200?

3. Es sind Brüche von verschiedenen Nennern zu subtrahiren, und zwar

a. eigentliche Brüche.

Beisp. Subtrahire $\frac{5}{9}$ von $\frac{17}{18}$.

Aufl. 72

$\frac{17}{18} = 4 \times 17 = 68$

$\frac{5}{9} = 9 \times 5 = 45$

$\frac{23}{72}$

(Bestimme auf die bekannte Weise den gem. Nenner, verwandle die gegebenen Brüche in Brüche mit dem gem. N. und subtrahire nun wie unter § 9, No. 1.)

Aufgaben. Was ist die Differenz zwischen folgenden Brüchen

21. $\frac{3}{10}$ u. $\frac{5}{6}$? 22. $\frac{1}{4}$ u. $\frac{3}{5}$? 23. $\frac{1}{10}$ u. $\frac{4}{15}$? 24. $\frac{3}{14}$ u. $\frac{8}{21}$?
25. $\frac{7}{18}$ u. $\frac{4}{21}$? 26. $\frac{19}{20}$ u. $\frac{11}{16}$? 27. $\frac{17}{24}$ u. $\frac{7}{20}$? 28. $\frac{11}{34}$ u. $\frac{1}{10}$?
29. $\frac{31}{36}$ u. $\frac{9}{16}$? 30. $\frac{18}{37}$ u. $\frac{3}{11}$? 31. $\frac{111}{200}$ u. $\frac{1}{10}$? 32. $\frac{1}{16}$ u. $\frac{1}{1000}$?

b. gemischte Brüche.

Beisp. Subtrahire $5\frac{7}{9}$ von $13\frac{7}{15}$.

$$\begin{array}{lll} & 45 & \\ \text{Aufl. } 13\cdot & \frac{7}{15} = 3\times 7 = 21+45 = 66; & \text{Rest } 7\frac{31}{45}. \\ -\ 5 & \frac{7}{9} = 5\times 7 = \quad 35 & \\ \hline 7 & \quad\quad\quad\quad\quad\quad \frac{31}{45} & \end{array}$$

Aufgaben. Was ist der Unterschied zwischen

33. $1\frac{2}{3}$ u. $3\frac{1}{2}$? 34. $4\frac{3}{4}$ u. $7\frac{2}{3}$? 35. $4\frac{7}{8}$ u. $5\frac{5}{12}$?
36. $1\frac{6}{7}$ u. $2\frac{19}{35}$? 37. $25\frac{7}{12}$ u. $30\frac{5}{16}$? 38. $7\frac{7}{12}$ u. $4\frac{15}{16}$?
39. $28\frac{1}{7}$ u. $14\frac{20}{21}$? 40. $13\frac{2}{19}$ u. $5\frac{2}{7}$? 41. $53\frac{15}{17}$ u. $29\frac{2}{3}$?
42. $65\frac{37}{72}$ u. $25\frac{25}{42}$? 43. $24\frac{33}{100}$ u. $99\frac{33}{40}$? 44. $201\frac{10}{30}\frac{1}{5}$ u. $75\frac{74}{105}$?

4. Die beiden Brüche haben je 1 zum Zähler.

Beisp. Was ist der Unterschied zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$?

Aufl. $\frac{1}{4}=\frac{5}{20}$ u. $\frac{1}{5}=\frac{4}{20}$, daher der Unterschied $=\frac{5}{20}-\frac{4}{20}$ d. i. $\frac{1}{20}$. Es ist aber $\frac{1}{20}=\frac{(5-4)=1}{5\times 4=20}$.

Um Brüche dieser Art zu subtrahiren braucht man also blos die Differenz ihrer Nenner — als Zähler; und das Product ihrer Nenner — als Nenner zu setzen. Der neue Bruch stellt die Differenz der gegebenen Brüche dar.

Aufgaben. Was ist der Unterschied zwischen

45. $\frac{1}{7}$ u. $\frac{1}{8}$? 46. $\frac{1}{3}$ u. $\frac{1}{10}$? 47. $\frac{1}{15}$ u. $\frac{1}{9}$?
48. $\frac{1}{18}$ u. $\frac{1}{12}$? 49. $\frac{1}{42}$ u. $\frac{1}{18}$? 50. $\frac{1}{24}$ u. $\frac{1}{18}$?

Ganz auf dieselbe Weise wie bei Subtractionen ganzer Zahlen, kann die Probe bei Bruchsubtractionen gemacht werden; d. h. man addirt hier wie dort, den Rest zu dem Subtrahend. Die daraus entstehende Summe ist = dem Minuend, wenn die Subtraction richtig ist.

Beisp. Subtrahire $4\frac{14}{15}$ von $7\frac{9}{10}$.

$$\begin{array}{lll} & 30 & \\ \text{Aufl. } 7\frac{9}{10} & = 7\cdot\frac{27}{30} & (27+30=57) \\ -\ 4\frac{14}{15} & = 4\frac{28}{30} & \quad -28 \\ \hline & \quad 2\frac{29}{30} & \quad \frac{29}{30} \\ \hline & 6\frac{57}{30} = 7\frac{27}{30} = 7\frac{9}{10}. & \end{array}$$

Nach diesem Beispiele subtrahire und erprobe folg. Aufgaben:

51. $\frac{5}{6}$ weniger $\frac{2}{7}$. 52. $4 - 1\frac{4}{5}$. 53. $4\frac{3}{5} - 1\frac{4}{5}$.
54. $13 - 10\frac{11}{12}$. 55. $22\frac{13}{15} - 14\frac{7}{10}$. 56. $35\frac{7}{11} - 19\frac{7}{9}$.

5. Bildung und Berechnung bestimmter Bruch-Subtractions-Aufgaben. (Arithmetische Degressionen.) S. Th. I. § 7 „Bildung von Subtractionsaufgaben."

Hiebei wird von einem gewissen Minuend ein gegebener Subtrahend mehre Male nach einander subtrahirt.

Beisp. Von $6\frac{1}{4}$ subtrahire 5 mal nach einander den Bruch $\frac{3}{4}$.

Aufl. I. $6\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 6\frac{1}{20}$, II. $6\frac{1}{20} - \frac{3}{4} = 5\frac{3}{10}$, III. $5\frac{3}{10} - \frac{3}{4} = 4\frac{11}{20}$, IV. $4\frac{11}{20} - \frac{3}{4} = 3\frac{1}{5}$, V. $3\frac{1}{5} - \frac{3}{4} = 3\frac{1}{20}$.

Der Lehrer wird obiges Beispiel auf folgende Weise berechnen und erproben: den Subtrahend $\frac{3}{4}$ nimmt er 5 mal; d. i. $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$ und subtrahirt dieses Product von dem Minuend $6\frac{1}{4}$. Also $6\frac{1}{4} - 3\frac{3}{4} = 3\frac{1}{20}$.

Aufgaben.

57. Von $11\frac{1}{3}$ subtrahire 3 mal nach einander $2\frac{5}{6}$
58. „ $13\frac{1}{7}$ „ 4 „ „ „ $1\frac{11}{12}$
59. „ $21\frac{9}{14}$ „ 5 „ „ „ $3\frac{11}{21}$
60. „ 32 „ 6 „ „ „ $4\frac{13}{17}$

6. Subtractionen, bei welchen der Minuend, oder der Subtrahend oder beide, je aus mehren Brüchen bestehen.

Beisp. 1. $(4\frac{2}{3} + 5\frac{1}{7})$ weniger $6\frac{3}{7}$.

Aufl. $4\frac{2}{3} + 5\frac{1}{7} = 9\frac{17}{21}$, $9\frac{17}{21} - 6\frac{3}{7} = 3\frac{2}{3}\frac{3}{1}$.

Beisp. 2. Von 13 subtrahire $(3\frac{1}{6} + 5\frac{2}{3})$.

Aufl. $3\frac{1}{6} + 5\frac{2}{3} = 8\frac{3}{18}$, $13 - 8\frac{3}{18} = 3\frac{15}{18}$.

Beisp. 3. Von $(5\frac{2}{3} + 4\frac{5}{8})$ subtrahire $(11\frac{3}{4} - 6\frac{2}{5})$.

Aufl. $5\frac{2}{3} + 4\frac{5}{8} = 10\frac{7}{24}$, ferner $11\frac{3}{4} - 6\frac{2}{5} = 5\frac{7}{20}$; daher $(5\frac{2}{3} + 4\frac{5}{8}) - (11\frac{3}{4} - 6\frac{2}{5}) = 10\frac{7}{24} - 5\frac{7}{20} = 4\frac{11}{120}$.

Hieraus ist zu ersehen, daß man den aus mehren Posten bestehenden Minuend, oder Subtrahend, oder beide, erst in eine Bruchform verwandelt und hernach ähnlich verfährt, wie unter 3 a und 3 b.

Aufgaben. Bestimme die Unterschiede von

61. $(5\frac{2}{7} + 3\frac{4}{5}) - 4\frac{2}{3}$. 62. $(11\frac{3}{4} - 4\frac{5}{6}) - 5\frac{7}{8}$.
63. $28 - (3\frac{5}{8} + 7\frac{11}{12})$ 64. $35 - (42\frac{11}{10} - 23\frac{7}{15})$.
65. $(12\frac{3}{5} + 4\frac{11}{15}) - (7\frac{3}{4} + 5\frac{1}{4})$. 66. $(19\frac{7}{13} - 5\frac{1}{4}) - (18\frac{4}{13} - 7\frac{9}{16})$
67. $(24\frac{9}{14} + 5\frac{13}{21}) - (36\frac{7}{14} - 17\frac{17}{21})$.
68. $(103\frac{1}{2} - 45\frac{3}{7}) - (28\frac{19}{28} + 11\frac{3}{14})$.
69. $5\frac{3}{5} - 2\frac{1}{3} = 3\frac{3}{5} - x$. 70. $4 + 3\frac{4}{5} = 9\frac{4}{5} - x$.

71. $5\frac{1}{3}-2\frac{1}{2}+3\frac{1}{3}=x+2$.
72. $6\frac{2}{3}+2\frac{1}{2}-3\frac{2}{3}=x$.
73. $x+2\frac{1}{4}=3\frac{1}{7}+4\frac{2}{3}$.
74. $x-6\frac{2}{3}=26\frac{2}{3}+12\frac{1}{12}$.
75. $6\frac{2}{3}+x=2\frac{1}{7}+16\frac{1}{2}-2\frac{1}{3}$.
76. $3\frac{1}{2}-1\frac{2}{3}+x=6\frac{1}{2}-8\frac{1}{7}+15\frac{11}{12}$.

Praktische Aufgaben.

77. A. besaß $134\frac{1}{4}$ \$ u. verlor $83\frac{1}{7}$ \$; wie viel behielt er noch?
78. Nachdem A. noch $123\frac{7}{12}$ \$ erhalten, hatte er 1000 \$; wie viel hatte er zuvor?
79. Der Subtrahend ist $111\frac{7}{8}$ kleiner als der Minuend; wenn nun dieser $813\frac{4}{5}$ ist: was ist der Subtrahend?
80. Der Minuend ist $51\frac{1}{11}$ größer als $25\frac{9}{12}$ u. der Subtrahend $22\frac{2}{3}$ kleiner als $49\frac{1}{12}$; was ist der Unterschied zwischen Minuend und Subtrahend?
81. Der Minuend ist $103\frac{7}{8}$ u. der Rest ist $43\frac{4}{5}$: welches ist der Subtrahend?
82. Der Rest beträgt $21\frac{7}{8}$ u. der Subtrahend $17\frac{1}{12}$: welches ist der Minuend?
83. A. kauft ein Pferd für $86\frac{1}{2}$ \$ u. verkauft es für $102\frac{1}{2}$ \$; wie viel gewinnt er dabei?
84. Wenn A. $709\frac{1}{12}$ \$ besitzt und $349\frac{7}{10}$ \$ schuldig ist: wie viel freies Vermögen besitzt er?
85. Erst gewann A. zu seinen $1109\frac{2}{3}$ \$ noch $507\frac{1}{12}$ \$ und nun verlor er hiervon $763\frac{7}{10}$ \$. Wie viel besaß er dann?
86. Nachdem A. von seinen $1206\frac{17}{20}$ \$ die Summe von $719\frac{2}{3}$ \$ verloren, gewann er wieder $809\frac{7}{12}$ \$: wie viel besaß er nun?
87. A. verlor $123\frac{1}{3}$ \$ — $63\frac{2}{3}$ \$ und besaß zuvor $217\frac{2}{3}+127\frac{1}{3}$ \$; wie viel beträgt seine Baarschaft jetzt?
88. Ein Rad macht erst in 1 Minute 24 Umdrehungen; jede folgende Minute macht es $3\frac{1}{3}$ Umdrehungen weniger als in der nächst vorigen: wie viel Umdrehungen macht es in der 6ten Minute? und wie viel in 6 Minuten zusammen?

§ 10. Multiplication von Brüchen. Multiplication of Fractions.

(Siehe Theil I. § 8.)

1. Es ist ein Bruch mit einer ganzen Zahl zu multipliciren, und umgekehrt.

Beisp. 1. Was ist das Product von $\frac{3}{4}\times 11$?

Aufl. $\frac{3}{4}\times 11=\frac{3\times 11}{4}=\frac{33}{4}=8\frac{1}{4}$. (S. § 3, No. 1.)

Beisp. 2. $13 \times \frac{5}{7}$.

Aufl. $13 \times \frac{5}{7} = \frac{13 \times 5}{7} = \frac{65}{7} = 9\frac{2}{7}$.

Anm. Nach No. 4. § 3 wird ein Bruch auch dann multiplicirt, wenn man dessen Nenner durch den Multiplicator dividirt. So ist

Beisp. 3. $8 \times \frac{11}{24} = \frac{88}{24} = 3\frac{16}{24} = 3\frac{2}{3}$, oder

$$= \frac{11}{8|24|3} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}.$$

Die letztere Art von Multiplication ist aber nur dann zuläßig, wenn der Nenner des Bruches, durch den Multiplicator, rein theilbar ist.

Aufgabe. Was sind die Producte von

1. $5 \times \frac{3}{7}$? 2. $7 \times \frac{5}{11}$? 3. $\frac{6}{13} \times 13$? 4. $15 \times \frac{2}{3}$?
5. $\frac{7}{8} \times 21$? 6. $\frac{4}{7} \times 9$? 7. $5 \times \frac{9}{17}$? 8. $\frac{16}{27} \times 3$?
9. $85 \times \frac{48}{88}$? 10. $36 \times \frac{7}{9}$? 11. $\frac{11}{12} \times 144$? 12. $375 \times \frac{13}{15}$?
13. $\frac{70}{99} \times 2277$? 14. $376 \times \frac{11}{17}$? 15. $\frac{11}{12} \times 83$?
16. $189 \times \frac{15}{17}$? 17. $\frac{11}{11}\frac{3}{7} \times 365$? 18. $48 \times \frac{37}{56}$?
19. $\frac{123}{134} \times 248$? 20. $508 \times \frac{122}{234}$?

2. Es ist ein gemischter Bruch mit einer ganzen Zahl zu multiplicireu.

Beisp. Was ist das Product von $9 \times 4\frac{5}{6}$?

Aufl. a. $9 \times 4\frac{5}{6} = 9 \times 4 \quad = 36$

$$+ 9 \times \frac{5}{6} = \frac{45}{6} = 7\frac{1}{2}$$

$$43\frac{1}{2}.$$

Aufl. b. $9 \times 4\frac{5}{6} = 9 \times \frac{29}{6} = \frac{261}{6} = 43\frac{3}{6} = 43\frac{1}{2}$.

Die Auflösungsmethode a. wird vorgezogen, wenn die ganze Zahl des gemischten Bruches ziemlich groß ist; enthält sie dagegen blos wenige Einheiten, so ist das Verfahren unter b. das kürzere.

Aufgaben. Welches sind die Producte von

21. $5 \times 2\frac{2}{3}$? 22. $12\frac{3}{7} \times 7$? 23. $8 \times 11\frac{1}{7}$? 24. $18\frac{3}{4} \times 8$?
25. $7 \times 10\frac{1}{7}$? 26. $10\frac{5}{6} \times 9$? 27. $9 \times 8\frac{1}{12}$? 28. $7\frac{1}{8} \times 10$?
29. $8 \times 11\frac{1}{7}$? 30. $25\frac{3}{13} \times 25$? 31. $44 \times 44\frac{4}{11}$? 32. $10\frac{9}{10} \times 100$?

3. Es ist ein Bruch mit einem Bruche zu multipliciren.

Angehenden Rechnern ist es auffallend, ja unerklärlich, daß das Product aus der Multiplication eines Bruches mit einem Bruche, einen kleinern Werth darstellt, als je Multiplicator und Multiplicand bezeichnen; während bei der Multiplication ganzer Zahlen das Product stets einen größeren Werth ausdrückt, als je Multiplicand und Multiplicator, aus welchen es entstanden.

Ich will versuchen Euch diese Erscheinung möglichst klar darzustellen. a b Fig. 3 stellt ein Ganzes dar; dieß 1 mal genommen ist = 1 (Ganzes); u. mehre Male genommen erzeugt es mehre Ganze.

Nehmen wir aber a b $\frac{1}{2}$ mal, ($\frac{1}{2} \times 1$) so ist das Product ein halbes Ganze = $\frac{1}{2}$, und nehmen wir $\frac{1}{2}$ wieder $\frac{1}{2}$ mal ($\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$) so ist das Product die Hälfte von $\frac{1}{2}$; ($\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{2}$) = $\frac{1}{4}$.

Ebenso ist $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ d. Hälfte von $\frac{1}{3}$ ($\frac{1}{2}$ v. $\frac{1}{3}$) d. i. $\frac{1}{6}$ Ganzes, ferner ist $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ der 3te Theil von $\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{2}$) d. i. $\frac{1}{12}$ " "

ist $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$ das Doppelte von $\frac{1}{12}$, also $2 \times \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ " "

ist $\frac{2}{3} \times \frac{2}{4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, denn der 3te Th. von $\frac{1}{4}$ ist = $\frac{1}{12}$, von $\frac{2}{4} = \frac{2}{12}$, folglich $\frac{2}{3}$ v. $\frac{2}{4} = 2 \times \frac{2}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, und

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$; denn $\frac{1}{3}$ v. $\frac{1}{4} = \frac{1}{12}$, $\frac{1}{3}$ v. $\frac{3}{4} = \frac{3}{12}$, daher $\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{4} = 2 \times \frac{3}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

Aus dieser Darstellung folgt

a. 2 Brüche werden mit einander multiplicirt, wenn man je ihre Zähler und Nenner gegenseitig multiplicirt und das aus den Zählern entstandene Pr. als Zähler—das aus den Nennern entstandene Pr. als Nenner des neuen Bruches beisetzt. Dieser Bruch stellt dann das Pr. der beiden Brüche dar. So erhielten wir oben: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$, $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$, $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12}$, $\frac{2}{3} \times \frac{2}{4} = \frac{4}{12}$ und $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$.

b. Der Ausdruck $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ ist = dem Ausdrucke $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{2}$, ebenso bezeichnen die Ausdrücke $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ und $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{3}$, ferner $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ und $\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{4}$, ferner $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$ und $\frac{2}{3}$ von $\frac{1}{4}$, ferner $\frac{2}{3} \times \frac{2}{4}$ und $\frac{2}{3}$ von $\frac{2}{4}$ und endlich $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ und $\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{4}$ vollkommen gleiche Werthe.

c. Die Ausdrücke: $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{4}$ ꝛc. dürfen nicht so verstanden werden, als ob sie auf Subtraction deuteten (wie z. B. 2 von 5 = 3 ꝛc.) sondern müssen folgendermaßen gedeutet werden: die Hälfte von $\frac{1}{2}$; die Hälfte von $\frac{1}{3}$; der 3te Theil von $\frac{1}{4}$; 2 mal der 3te Theil von $\frac{1}{4}$ ꝛc.

d. Die Multiplicatoren in obigen Ausdrücken sind $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{2}{3}$; oder wenn man die Ausdrücke umkehrt (wie z. B. $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$ statt $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$) so sind sie $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ und $\frac{3}{4}$. Keiner dieser Multiplicatoren ist eine volle Einheit. Ihre resp. Multiplicanden werden also kein ganzes — sondern weniger, als ein ganzes Mal genommen; folglich kann auch das Product niemals so groß werden, als der Multiplicand oder Multiplicator selbst ist.

Ehe ich die entsprechenden Aufgaben beifüge, will ich durch ein Paar Beispiele zeigen, wie durch das „Verkleinern" Bruchmultiplicationen oft sehr vereinfacht werden können. (S. Th. I. § 17.)

Beisp. 1. $\frac{8}{9}\times\frac{9}{16}=\frac{8}{9}\times\frac{9^1}{16_2}=\frac{1}{2}$

Beisp. 2. $\frac{7}{12}\times\frac{9}{14}=\frac{7}{12_4}\times\frac{9^3}{14_2}=\frac{3}{8}$

Beisp. 3. $\frac{12}{55}\times\frac{22}{27}=\frac{12^4}{55_5}\times\frac{22^2}{27_9}=\frac{8}{45}$

33. $\frac{5}{11}\times\frac{11}{20}$? 34. $\frac{8}{13}\times\frac{13}{24}$? 35. $\frac{18}{19}\times\frac{19}{19}$? 36. $\frac{15}{17}\times\frac{17}{60}$?
37. $\frac{1}{9}\times\frac{8}{17}$? 38. $\frac{11}{14}\times\frac{9}{33}$? 39. $\frac{9}{7}\times\frac{21}{32}$? 40. $\frac{11}{8}\times\frac{20}{30}$?
41. $\frac{7}{5}\times\frac{45}{28}$? 42. $\frac{11}{2}\times\frac{8}{5}$? 43. $\frac{35}{36}\times\frac{42}{49}$? 44. $\frac{25}{26}\times\frac{39}{40}$?
45. $\frac{63}{64}\times\frac{48}{49}$? 46. $\frac{32}{33}\times\frac{55}{56}$? 47. $\frac{13}{40}\times\frac{17}{26}$? 48. $\frac{99}{100}\times\frac{99}{100}$?

4. Es ist ein gemischter Bruch mit einem eigentlichen Bruche zu multipliciren.

Beisp. 1. Was ist das Product von $\frac{4}{5}\times7\frac{3}{8}$?

Aufl. a. $\frac{4}{5}\times7\frac{3}{8}=\frac{4}{5}\times\frac{59}{8}=\frac{59}{10}=5\frac{9}{10}$.

Aufl. b. $\left.\begin{array}{l}\frac{4}{5}\times7\frac{3}{8}=\frac{4}{5}\times7=\frac{28}{5}=5\frac{3}{5}\\ \qquad\qquad\quad+\frac{4}{5}\times\frac{3}{8}\qquad\quad=\frac{3}{10}\end{array}\right\}=5\frac{9}{10}$

Anm. Die Methode a. wird vorgezogen, wenn die mit dem Bruche verbundene ganze Zahl nicht groß ist;
b. wird vorgezogen, wenn die ganze Zahl viele Einheiten zählt.

Aufgabe. Bestimmt die Producte von

49. $8\frac{3}{4}\times\frac{3}{7}$? 50. $\frac{9}{10}\times15\frac{6}{11}$? 51. $5\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$? 52. $5\frac{7}{12}\times\frac{8}{13}$?
53. $9\frac{5}{7}\times\frac{5}{7}$? 54. $5\frac{7}{12}\times\frac{8}{9}$? 55. $\frac{15}{16}\times7\frac{3}{8}$ 56. $\frac{17}{20}\times8\frac{11}{30}$?
57. $10\frac{9}{10}\times\frac{7}{10}$? 58. $\frac{17}{24}\times11\frac{11}{12}$? 59. $\frac{25}{48}\times14\frac{13}{20}$?
60. $10\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}$?

5. Es ist ein gemischter Bruch mit einem gemischten Bruche zu multipliciren.

Beisp. Was ist das Pr. von $7\frac{5}{9}\times4\frac{5}{6}$?

Aufl. a. $7\frac{5}{9}\times4\frac{5}{6}=\frac{68}{9}\times\frac{29}{6}=\frac{986}{27}=36\frac{14}{27}$

Aufl. b. $7\frac{5}{9}\times4\frac{5}{6}=\quad 7\times4=\quad 28$

$+7\times\frac{5}{6}=\frac{35}{6}=\quad 5\frac{5}{6}=$

$+\frac{5}{9}\times4=\frac{20}{9}=\quad 2\frac{2}{9}=$

$+\frac{5}{9}\times\frac{5}{6}=\quad\frac{25}{54}=$

$35\frac{14}{27}$

Anm. Die Methode a. wird beinahe in allen Fällen vorgezogen; indeß ist es zweckmäßig, wenn Schüler sich auch in der Methode b. üben.

Aufgaben. Bestimmet die Produkte von

61. $7\frac{1}{8}\times8\frac{3}{7}$. 62. $4\frac{7}{8}\times9\frac{1}{4}$. 63. $11\frac{2}{7}\times8\frac{4}{5}$. 64. $12\frac{3}{4}\times11\frac{5}{9}$.
65. $4\frac{4}{5}\times3\frac{1}{3}$. 66. $18\frac{3}{4}\times3\frac{1}{5}$. 67. $5\frac{5}{9}\times1\frac{1}{5}$. 68. $4\frac{3}{5}\times6\frac{2}{3}$.
69. $7\frac{3}{8}\times3\frac{1}{2}$. 70. $6\frac{3}{7}\times23\frac{3}{4}$. 71. $3\frac{4}{9}\times9\frac{7}{8}$.

72. $361\frac{1}{4} \times 25\frac{3}{7}$. 73. $97\frac{1}{10} \times 49\frac{3}{7}$. 74. $10\frac{9}{10} \times 10\frac{9}{10}$.
75. $59\frac{9}{10} \times 59\frac{9}{10}$. 76. $9\frac{9}{10} \times 99\frac{99}{100}$.

6. Es sind mehr wie 2 Brüche mit einander zu multipliciren.

Beisp. 1. Was ist das Pr. von $2\frac{3}{4} \times \frac{1}{3}\frac{4}{3} \times 1\frac{3}{11}$?

Aufl. $\frac{11}{4} \times \frac{1}{3}\frac{4}{3} \times \frac{5}{2}\frac{5}{4} = \frac{5}{2}\frac{5}{4} = 2\frac{7}{4}$.

Beisp. 2. Was ist das Pr. von $1\frac{1}{2} \times 2\frac{2}{3} \times 3\frac{3}{4} \times 4\frac{4}{7} \times 5\frac{5}{6}$?

Aufl. $\frac{3}{2} \times \frac{8}{3} \times \frac{15}{4} \times \frac{24}{7} \times \frac{35}{6} = 3 \times 4 \times 35 = 420$.

Da nach § 10. 3a. Ausdrücke wie: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ und $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{3}$, ferner: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ und $\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{4}$ ꝛc. einander gleich sind; so folgt, daß auch die folgenden Beispiele auf dieselbe Manier gelöst werden, wie Beisp. 1 und 2.

Beisp. 3. Was ist das Product von $\frac{1}{3}$ von $4 \times \frac{1}{6}$ von 5?

Aufl. $\frac{1}{3} \times {}^{4} \times \frac{1}{6} \times {}^{5} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$.

Beisp. 4. Welches Product erzeugen $\frac{4}{7}$ von $\frac{2}{3} \times \frac{3}{8}$ von $\frac{5}{6} \times 2 \times 3\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}$ von 9?

Aufl. $\frac{4}{7} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{6} \times {}^{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{4}{5} \times {}^{9} = \frac{7 \times 2 \times 3}{5} = 4\frac{2}{5} = 8\frac{2}{5}$.

Aufgaben. Bestimmet die Producte folgender Factoren.

77. $\frac{2}{7}$ von $4\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 3\frac{1}{2}$. 78. $\frac{3}{4}$ von $9\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \times$ von 17.
79. $3 \times 2\frac{1}{2} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{3}$ von 5. 80. $\frac{9}{10}$ von $7\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{12}$ von $86\frac{3}{11}$.
81. $\frac{6}{7} \times \frac{4}{9} \times 1\frac{3}{4} \times \frac{1}{6}$ v. $\frac{2}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{5}$ von 20.
82. $2\frac{1}{2} \times 6\frac{2}{7} \times 3\frac{1}{4} \times \frac{7}{13}$ von $2 \times \frac{3}{7}$.
83. $\frac{3}{4}$ von $\frac{7}{9} \times 25 \times 3\frac{7}{8} \times \frac{5}{7}$ von 7.
84. $11 \times 11\frac{10}{11} \times \frac{5}{11}$ von $11\frac{10}{11} \times 11$.
85. $9\frac{9}{10} \times \frac{9}{10}$ v. $9\frac{9}{10} \times 10 \times 11\frac{1}{9}$. 86. $5 \times \frac{3}{5}$ v. $5 \times 6\frac{5}{6} \times \frac{5}{6}$ v. $\frac{5}{6}$.
87. $\frac{777}{1000} \times 100 \times \frac{9}{10}$ von $10 \times \frac{777}{1000}$ von 1000.
88. $1\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3}$ von $1\frac{3}{4} \times 1\frac{4}{5}$ von $1\frac{5}{6}$.

7. Bruchmultiplication in Verbindung mit Addition, oder Subtraction, oder beiden zugleich.

Beisp. 1. Was ist das Resultat von $3\frac{5}{6} \times 11 + 7\frac{5}{6}$?

Aufl. $3\frac{5}{6} \times 11 = \frac{23}{6} \times 11 = {}^{23}\frac{5}{6} = 42\frac{1}{6}$; $3\frac{5}{6} \times 11 + 7\frac{5}{6}$ ist daher $= 42\frac{1}{6} = 42\frac{3}{18}$
$+ 7\frac{5}{9} = 7\frac{10}{18}$ $\Big\}$ $49\frac{13}{18}$.

Beisp. 2. Wie viel giebt $\frac{3}{4}$ von $\frac{4}{5} \times 8 + 15\frac{2}{3} - 11\frac{3}{4}$?

Aufl. $\frac{3}{4}$ von $\frac{4}{5} \times 8 = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times {}^{8} = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$; und $15\frac{2}{3} - 11\frac{3}{4} = 3\frac{11}{12}$; daher $\frac{3}{4}$ v. $\frac{4}{5} \times 8 + 15\frac{2}{3} - 11\frac{3}{4} = 4\frac{4}{5} + 3\frac{11}{12} = 8\frac{43}{60}$.

Aufgaben. Welches ſind die Reſultate von

89. $4\frac{2}{3} \times \frac{6}{8} + 5\frac{1}{2}$? 90. $\frac{1}{2}$ v. $2\frac{3}{4} + 10\frac{5}{8}$? 91. $8\frac{3}{7} \times 4\frac{7}{9} - 18\frac{1}{4}$?
92. $\frac{1}{16}$ v. $1\frac{1}{4} - 1\frac{7}{12}$? 93. $7 \times \frac{2}{3}$ v. $5\frac{1}{2} + 4\frac{1}{7} - 15\frac{1}{2}$?
94. $\frac{2}{3}$v.$11\frac{5}{6} \times 3\frac{3}{7} - 14\frac{2}{3} + 10\frac{9}{10}$? 95. $(6\frac{1}{4} + 3\frac{2}{3})4\frac{1}{2}$?
96. $(7\frac{5}{11} - 3\frac{1}{2})2\frac{2}{3}$? 97. $(5\frac{1}{2} + 3\frac{1}{8} - 2\frac{1}{2})4\frac{4}{7}$?
98. $(6\frac{2}{3} - 9\frac{3}{4} + 5\frac{1}{2})6\frac{2}{3}$? 99. $(4\frac{2}{7} + 2\frac{1}{3})4\frac{6}{9} \times \frac{3}{5}$?
100. $(2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{6})3\frac{1}{2} + 5\frac{1}{4} \times \frac{4}{5}$? 101. $(6\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2})3\frac{1}{7} = 5\frac{3}{4} + x$?
102. $3\frac{4}{7} + 2\frac{1}{2} \times 11 - 6\frac{3}{4} = 50 - x$?
103. $5\frac{3}{8} - 2\frac{1}{2} \times 4\frac{3}{7} + 2(6\frac{3}{4} - \frac{2}{3}) = 24 - x$?
104. $5\frac{3}{5} + \frac{1}{4}$ von $7\frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times 15\frac{1}{2} + x$?

Praktiſche Aufgaben.

105. Was werden $12\frac{3}{4}$ ℔ Kaffe werth ſein à 11c. per ℔?
106. Wie viel koſten $33\frac{1}{4}$ ℔ Thee à 45c. per ℔?
107. Was koſten $85\frac{3}{4}$ bu. Korn à $\frac{5}{8}$ $ per bu.?
108. Was koſten $125\frac{3}{4}$ bu. Weizen à $1\frac{1}{4}$ $ per bu.?
109. Was ſind $31\frac{1}{16}$ ℔ Indigo werth à $62\frac{1}{2}$c. per ℔?
110. Wie viel werden $37\frac{1}{2}$ yd. Zeug werth ſein à $66\frac{2}{3}$c. per yd.?
111. Was werden $\frac{3}{4}$ von $11\frac{7}{10}$ crd. Holz koſten à $ 5.62$\frac{1}{2}$?
112. Wie viel werden $\frac{1}{2}$ von $13\frac{1}{16}$ Tonnen Heu werth ſein à 16\frac{1}{4}$?
113. Wenn 1 brl. Mehl $7.80 koſtet; was werden $\frac{3}{10}$ brl. koſten?
114. Eine Ladung Weizen iſt $786.63 werth; was iſt der Preis für $\frac{1}{12}$ des Weizens?
115. Wenn $\frac{1}{3}$ brl. Mehl $6\frac{2}{3}$ $ koſtet: was wird ein ganzes brl. koſten?
116. Wenn $\frac{1}{4}$ crd. Holz $1\frac{7}{8}$ $ koſtet: wie viel wird 1 crd. koſten?
117. Wenn $\frac{1}{4}$ yd. Tuch 2.87\frac{1}{2}$ koſtet: was werden $11\frac{1}{4}$ yd. koſten?
118. Wenn $\frac{1}{4}$ yd. Tuch $\frac{5}{8}$ $ koſtet: was werden $11\frac{1}{4}$ yd. koſten?
119. $\frac{1}{10}$ Tonne Heu iſt werth $1\frac{1}{4}$ $; wie viel ſind $12\frac{7}{10}$ Tonnen werth?
120. $\frac{1}{12}$ Fuß einer Röhre koſtet $1\frac{1}{4}$ $: was werden $31\frac{2}{3}$ Fuß koſten?
121. $\frac{1}{16}$ Acker Land koſtet 7.37\frac{1}{2}$: was ſind $33\frac{2}{3}$ Acker werth?
122. Wie viel koſten ſechs Käſe von je $17\frac{1}{2}$ ℔ à $13\frac{1}{2}$c. per ℔?
123. Was koſten 8 Säcke Hafer mit je $1\frac{3}{4}$ bu. à $22\frac{2}{3}$c. per bu.?
124. Wie viel ſind 33 Säcke Kaffe werth mit je $167\frac{1}{2}$ ℔ à $11\frac{1}{4}$c. per ℔?
125. Was koſten 145 Säcke Korn mit je 2 bu. und 1 peck à $62\frac{1}{2}$c. per bu.?

126. Was kosten 5 brl. Molasses mit je 73 gal. 5 pt. à 62½c. per gal. ?
127. Wie viel sind 13 brl. Zucker werth, mit je 219½ lb à 5¼c. per lb ?
128. Was kosten 23 brl. Zucker mit je 231⅝ lb à 7⅛c. per lb ?
129. Was kosten 45 Kistchen Reis mit je 129½ lb à 5⅜c. per lb ?
130. Was kosten 18 Fäßchen Indigo mit je 43¾ lb à 44⅜c. per lb ?
131. Was kostet der dritte Theil von 11 Fäßchen Pulver mit je 27¾ lb à 18¾c. per lb ?
132. Was kosten ⅝ von 7 kegs Wein mit je 11 gal. 3 pt. à 95¼c. per gal.
133. Was kosten ⅞ von 9 kegs Brandy mit je 14 gal. 5 pt. à $3.45 per gal. ?
134. Was kosten ⅓ von 15 Stangen Eisen mit je 123½ lb à 4⅛c. per lb ?
135. 1 Fuß einer Eisenstange wiegt 5$\frac{1}{16}$ lb; was werden 7 Stangen wiegen von je 16$\frac{7}{12}$ ft. ?
136. 1 Kubikfuß eines Granitblockes wiegt 225⅝ lb; was werden 5 Blöcke von je 27⅜ Kubikfuß wiegen ?
137. 1 Kubikfuß Wasser wiegt 62 lb 6 Unzen; wie viel wird das Wasser von 15 Becken wiegen, deren jedes 42,$\frac{7}{8}$ Kbkf. hält ?
138. Das Telegraphentau, welches Irland und Neufundland mit einander verbindet, ist 2535 Meilen lang; die Meile kostet im Durchschnitt 495$\frac{5}{11}$ $. Wie viel kostete das ganze Tau ?
139. Was ist das Product von ⅞ von 5⅝ mal ⅘ ?
140. Welche Zahl ist 5,$\frac{7}{10}$ mal so groß als: ⅔ von 5½ mal 21⅜ ?
141. Wenn A. in 2¾ Stunden 87½c. verdient; wie viel wird er in 13 mal 2¾ Stunden verdienen ?
142. Durch eine Wasserröhre fließen in ¼ Stunde 25½ brl.; wie viel brl. Wasser werden in 3$\frac{1}{12}$ Tagen durchfließen ?
143. Wenn eine Locomotive in ⅛ Stunde 1⅜ Meilen durchläuft; wie viel Meilen wird sie durchrennen in 3¾ Tagen ?
144. Ein Feld mißt 18$\frac{9}{16}$ acre; jeder acre erzeugt 38¾ bu. Korn und die bu. wird verkauft zu 66⅔c. Wie viel betragen ⅔ des Erlöses ?
145. Ein Feld hält 45⅝ A.; erträgt per A. 29⅝ bu. Weizen; die bu. wird verkauft zu $1.12½. Hievon erhält A. ⅜, muß aber 66⅔ $ an den Bebauungskosten bezahlen: wie viel wird ihm noch Geld bleiben ?
146. Eine Wiese mißt 24¾ A.; jeder A. erträgt 3⅜ T. Heu; die

T. wird verkauft zu 24⅞ $. Von dem Erlös bekommt A. ⅔; außerdem erhält er noch ⅛ von 11 $\frac{9}{10}$ T. à 22⅝ $ per T. Nun muß er ⅔ von 104⅜ $ Kosten bezahlen: wie viel wird er noch freies Geld haben?

147. A. besitzt 5⅞ acre, mit Weinreben bepflanzt, welche 7⅝ brl. per A. ertragen; das brl. wird verkauft zu 42⅜ $; die sämmtlichen Kosten betragen $135.62½; ferner besitzt A. 4⅔ A., welche 9⅜ brl. per A. erzeugen und zu 53⅛ $ per brl. verkauft werden; die Kosten hievon betragen $119.66⅔. Wie viel wird A. freies Geld bekommen?

Kaufmännische Rechnungen.

148. St. Louis, 1. Aug. 1857.

James A. Smith

Gekauft von William Brotherton & Co.

11	Stücke	braunen Alpacca	mit je	38¾ yd.	à 19½c.	per yd.
15	„	schwarzen „	„ „	41⅝ „	à 33⅓c.	„ „
9	„	weißen Crape	„ „	15½ „	à 37½c.	„ „
21	„	gefärbten Merino	„ „	43¼ „	à 66⅔c.	„ „
9	„	schwarzen Sammt	„ „	19⅛ „	à $2.62½	„ „

Bezahlung empfangen.

William H. Brotherton & Co.

---

149. New-Orleans, 10. Mai 1857.

David L. Webster

Gekauft von John F. Adams & Co.

25	Stücke	figurirten Calico	mit je	35¾ yd.	à 8¾c.	per yd.
9	„	grünen „	„ „	37½ „	à 13¼c.	„ „
10	„	blauen „	„ „	41½ „	à 19⅛c.	„ „
14	„	gebleicht. Muslin	„ „	35½ „	à 9¼c.	„ „
23	„	ungebl. „	„ „	44½ „	à 7⅜c.	„ „
11½	Dtz.	seidene Handschuhe			à $2.62½	„ Dtz.
7½	„	lederne „			à $7.12½	„ „

Hieran baar erhalten $75.00

Balance schuldig zu mir:

John F. Adams.

(Bei den folgenden Rechnungen sind Namen ꝛc. ausgelassen.)

150. 15	Säcke	Kaffee	mit je	167½ lb	à 11¼c.	per lb.
13	„	„	„ „	173¼ lb	à 12¼c.	„ „
8	„	„	„ „	182¾ lb	à 13¼c.	„ „

5 Kisten weißen Zucker „ „ 136¼ ℔ à 9½c. „ „
7 „ „ „ „ „ 158½ ℔ à 10½c. „ „
4 „ grünen Thee „ „ 126¾ ℔ à 44⅜c. „ „
7 „ schwarzen „ „ „ 131½ ℔ à 62½c. „ „
3 „ Kaiser „ „ „ 147¼ ℔ à 72⅜c. „ „

151. 15 Stangen rundes Eisen ½ in. mit je 86½ ℔ à 4½c. per ℔
17 „ „ „ ⅝ „ „ „ 117¼ ℔ à 4¼c. „ „
20 „ „ „ 1 „ „ „ 153¾ ℔ à 4⅛c. „ „
23 „ Stabeisen 1½ bei ⅝ „ „ „ 111½ ℔ à 4⅝c. „ „
31 „ „ 2 „ ½ „ „ „ 195¾ ℔ à 4½c. „ „
16 „ Cast Steel „ „ 139½ ℔ à 14⅛c. „ „
23 „ feinsten Stahl „ „ 57¾ ℔ à 17⅜c. „ „
11¼ Dutzend Sensen à $8.62½ per Dtz.

152. 9⅓ Dutzend Sensen à $ 9.25 per Dutzend
8 5/12 „ Schaufeln à $ 7.37½ „ „
5 7/12 „ Spaten à $ 4.87½ „ „
1 1/12 „ Handsägen à $ 8.40 „ „
5/12 „ Mühlsägen à $75.00 „ „
4⅜ „ Hämmer à $ 2.62½ „ „
4½ „ Feilen à $ 1.50 „ „
1 5/12 „ Meisel à $ 1.37½ „ „

(Drücket die folgenden Werthe in Bruch $ aus.)

153. 11 kegs Wein mit je 13 gal. 1 qt. à $ 1.12½ per gal.
9 „ „ „ „ 15 „ 3 pt. à $ 1.33⅓ „ „
18 brl. Teneriffa „ „ 35 „ 3 qt. à $ 2.62½ „ „
13 „ Bordeaux „ „ 41 „ 5 pt. à $ 1.87½ „ „
19 „ Portewine „ „ 43 „ 7 pt. à $ 2.66⅔ „ „
14 „ Weißen „ „ 38 „ 3 qt. à $ 1.25 „ „
23 „ Catawba „ „ 42 „ 1 pt. à $ 2.35 „ „
15 „ French Brandy mit je 37 gal. 1 qt. à $ 3.87½ „ „
11 „ Peach Brandy „ „ 40 „ 3 qt. à 88⅜c. „ „
61 „ Whiskey „ „ 38 „ 2 qt. à 28¾c. „ „

154. 7½ doz. Spelling books à $ 1.87½ per doz.
5¼ „ I. Readers à 90c. „ „
11⅔ „ Primers à 22½c. „ „
7 5/12 „ Eclectic Third Reader à $ 4.62½ „ „
6⅛ „ Dictionaries à $ 7.75 „ „
2⅔ „ Bibeln à $15.00 „ „
4½ „ Testamente à $ 2.25 „ „

$11\frac{3}{4}$ Buch Papier (quire)	à	$16\frac{3}{4}$c.	per Buch
$2\frac{1}{2}$ Gross Federnhalter	à	$ 1.62$\frac{1}{2}$	„ Gross
$5\frac{1}{3}$ „ Stahlfedern	à	44c.	„ „

§ 11. Division von Brüchen. Division of Fractions.

(S. Theil I. §§ 9—18.)

Auch bei der Division von Brüchen, ist, wie bei der Division ganzer Zahlen, der Unterschied zwischen Theilung und Messung festzuhalten. Ohne denselben so abgesondert durchführen zu wollen, wie ich im I. Theile gethan, will ich wenigstens bei den verschiedenen Divisionsfällen darauf deuten.

Bei der Division von Brüchen ergeben sich folgende Fälle:

1. Es ist ein Bruch durch eine ganze Zahl zu dividiren.

a. Theilung.

Beisp. Was ist der 5te Theil von $\frac{10}{11}$?

Aufl. In § 3, No. 2 u. 3 fanden wir: ein Bruch werde dividirt, wenn man 1. dessen Zähler dividire; 2. wenn man blos dessen Nenner multiplicire. Der 5te Th. von $\frac{10}{11}$ ist daher

$$1. = \frac{5[10]}{11} = \frac{2}{11} \text{ od. } 2. \frac{10}{11 \times 5} = \frac{10}{55} = \frac{2}{11}.$$

Ihr sehet, die 1te Methode ist auf die Fälle beschränkt, in welchen der Zähler des Bruchs rein theilbar ist durch den Divisor; die 2te Methode hat keine Beschränkungen.

Aufgaben. Was ist

1. der 10te Th. von $\frac{1}{2}$?		2. der 12te Th. von $\frac{7}{12}$?	
3. „ 12te „ „ $\frac{24}{25}$?		4. „ 15te „ „ $\frac{7}{8}$?	
5. „ 25te „ „ $\frac{1}{2}$?		6. „ 32te „ „ $\frac{64}{77}$?	
7. „ 66te „ „ $\frac{11}{12}$?		8. „ 108te „ „ $\frac{108}{125}$?	

b. Messung.

In Theil I. §§ 12 und 13 habe ich ausführlich dargethan, wie eine Größe, Masse, Menge, Quantität, nur durch eine Größe ꝛc. von derselben Art gemessen werden kann.

Bei Brüchen nun deuten die Nenner die Art der Größen an. Eine andere Sorte von Größen sind Halbe, als Ganze; Drittel sind größer, wie Viertel; Sechstel sind kleiner, als Fünftel ꝛc. Es ist demnach einleuchtend, daß man Ganze nicht unmittelbar durch Halbe, Drittel, Viertel ꝛc. und umgekehrt, messen kann. Es müssen vielmehr die verschiedenen

Beisp. 2. Wie oftmal sind $\frac{4}{7}$ enthalten in $\frac{13}{14}$?

Aufl. $\frac{4}{7}|\frac{13}{14}$
14
$\frac{9}{14}|\frac{13}{14}$
$8|13 = 1\frac{5}{8}$ mal.

Aufg. Wie viel mal sind enthalten:
37. $\frac{4}{7}$ in $\frac{7}{9}$? 38. $\frac{1}{4}$ in $\frac{7}{8}$?
39. $\frac{11}{12}$ in $\frac{13}{15}$? 40. $\frac{3}{10}$ in $\frac{2}{3}$?
41. $\frac{1}{7}$ „ $\frac{9}{10}$? 42. $\frac{3}{11}$ „ $\frac{4}{5}$?
43. $\frac{3}{20}$ in $\frac{9}{13}$? 44. $\frac{7}{20}$ in $\frac{19}{20}$? 45. $\frac{5}{21}$ in $\frac{17}{18}$? 46. $\frac{15}{17}$ in $\frac{30}{17}$?
47. $\frac{35}{48}$ „ $\frac{11}{24}$? 48. $\frac{33}{64}$ „ $\frac{19}{48}$?

Kürzere Methode zur Lösung der nämlichen Beispiele und Aufgaben.

Obige Divisionsmethode ist für Kinder unbestreitbar am verständlichsten und wird von denselben am schnellsten gelernt. Wenn es sich aber um „geschwindes Ausrechnen" handelt, so ist eine kürzere Methode vortheilhafter; aus diesem Grunde will ich Euch nun mit der kürzern Methode bekannt machen.

Beisp. 1. oben: Wie vielmal sind $\frac{5}{9}$ enthalten in $\frac{15}{20}$? wird auf folgende Weise gelöst:

Aufl. Von dem Divisor $\frac{5}{9}$ lassen wir den Nenner 9 erst bei Seite und erhalten dadurch $5|\frac{15}{20}$; $= \frac{15}{20 \times 5}$ (§ 3, No. 2.) Nun ist aber der Divisor 5, neunmal zu groß; folglich der Quotient neun mal zu klein; denn statt mit $\frac{5}{9}$ dividirten wir mit 5 Ganzen. Der Quotient muß daher mit 9 multiplicirt werden. Man erhält demnach $\frac{15}{20 \times 5} \times 9 = \frac{15 \times 9}{20 \times 5} = \frac{27}{20} = 1\frac{7}{20}$ mal.

Betrachten wir nun die Form: $\frac{5}{9}|\frac{15}{20}$ und die daraus entstandene $\frac{15}{20} \times \frac{9}{5}$, so erscheint 1. der Divisor $\frac{5}{9}$ in der 2ten Form umgekehrt als $\frac{9}{5}$; und 2. ist die Division zur Multiplication geworden. Daraus ergiebt sich die Regel:

Um einen Bruch durch einen Bruch zu dividiren, kehre den Divisor um (d. h. setze dessen Zähler als Nenner und den Nenner als Zähler) und multiplicire den Dividend damit.

Beisp. 2. Wie viel mal sind $\frac{4}{7}$ enthalten in $\frac{13}{14}$?

Aufl. $\frac{4}{7}|\frac{13}{14} = \frac{7}{4} \times \frac{13}{14} = \frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$ mal.

Aufgaben. Dividire
49. $\frac{7}{9}$ in $\frac{4}{7}$? 50. $\frac{7}{8}$ in $\frac{1}{4}$? 51. $\frac{13}{15}$ in $\frac{11}{12}$? 52. [illegible] in $\frac{3}{10}$?
53. $\frac{9}{10}$ „ $\frac{1}{7}$? 54. $\frac{4}{5}$ „ $\frac{3}{11}$? 55. $\frac{9}{13}$ „ $\frac{3}{20}$? 56. $\frac{19}{20}$ „ $\frac{7}{20}$?
57. $\frac{44}{45}$ „ $\frac{88}{95}$? 58. $\frac{9}{10}$ „ $\frac{99}{150}$? 59. $\frac{9}{100}$ „ $\frac{9}{1000}$? 60. $\frac{25}{28}$ „ $\frac{14}{15}$?

4. Es ist ein gemischter Bruch durch eine ganze Zahl zu dividiren.

Beisp. Wie oft sind 7 enthalten in $11\frac{1}{2}$?

Aufl. $7|11\frac{1}{2}$

$\frac{2}{2}|\frac{1}{2}$

$35|59 = 1\frac{24}{35}$mal.

Nachdem man den gemischten Bruch in einen uneigentlichen verwandelt, ist die Auflösung ganz wie bei No. 1.

Ist aber die ganze, mit dem Bruch verbundene Zahl groß, so wird sie besonders, und der etwaige Rest nebst dem Bruche hernach dividirt.

Beisp. Wie viel mal sind 11 enthalten in $5409\frac{8}{9}$?

Aufl. $11|5409\frac{8}{9}| = 11|5409| = 491$

$+ 11|8\frac{8}{9}| = \frac{88}{99}$

$491\frac{88}{99}$

Aufg. Wie vielmal sind enthalten:

61. 11 in $12\frac{1}{7}$? 62. 7 in $3\frac{2}{3}$? 63. 15 in $47\frac{3}{4}$? 64. 18 in $130\frac{2}{3}$?
65. 13 in $79865\frac{6}{11}$? 66. 16 in $539\frac{1}{4}$? 67. 21 in $483726\frac{1}{11}$?
68. 25 „ $309\frac{7}{11}$? 69. 36 „ $360\frac{7}{12}$? 70. 100 „ $45000\frac{9}{11}$?

5. Es ist eine ganze Zahl durch einen gemischten Bruch zu dividiren.

Beisp. Wie viel mal sind $5\frac{1}{2}$ enthalten in 24?

Aufl. $5\frac{1}{2}|24$

$\frac{2}{2}|\frac{2}{11}$

$52|216|4\frac{8}{13} = 4\frac{8}{13}$m.

Nachdem der gemischte Bruch in einen uneigentlichen verwandelt ist, stimmt die Behandlung vollkommen überein mit No. 2b.

Aufg. Wie viel mal sind enthalten:

71. $8\frac{1}{2}$ in 24? 72. $13\frac{7}{11}$ in 45? 78. $15\frac{7}{12}$ in 8? 74. $14\frac{47}{11}$ in 342?

6. Es ist ein gemischter Bruch durch einen gemischten Bruch zu dividiren.

Beisp. Wie vielmal sind $5\frac{1}{2}$ enthalten in $12\frac{7}{11}$?

Aufl. $5\frac{1}{2}|12\frac{7}{11}$ oder $5\frac{1}{2}|12\frac{7}{11}| = \frac{22}{2}|\frac{139}{11}| = \frac{11}{11}\frac{39}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{11}{77}$

$\frac{22}{2}|\frac{139}{11}$ $= 2\frac{13}{77}$.

15

$\frac{77}{11}|\frac{139}{11}$

$87|187 = 2\frac{13}{77}$.

Man sieht hieraus, daß dieser Fall ganz übereinstimmt mit No. 3 b., nachdem nämlich die gemischten Brüche in uneigentliche Brüche verwandelt sind.

Aufg. Wie vielmal sind enthalten:

75. $4\frac{1}{2}$ in $7\frac{1}{2}$? 76. $5\frac{1}{2}$ in $11\frac{1}{2}$? 77. $1\frac{1}{2}$ in $4\frac{1}{2}$?

78. $14\frac{1}{7}$ in $116\frac{2}{3}$ 79. $9\frac{1}{2}$ in $81\frac{1}{4}$? 80. $27\frac{7}{8}$ in $130\frac{4}{5}$?
81. $12\frac{3}{4}$ „ $11\frac{1}{2}$? 82. $25_{\frac{9}{10}}$ „ $10_{\frac{9}{10}}$? 83. $100_{\frac{99}{100}}$ in $100_{\frac{999}{1000}}$?
84. $1000_{\frac{7}{10}}$ in $100_{\frac{111}{100}}$?

§ 12. Complicirte Brüche. Complex Fractions.

Complicirter Bruch ist ein solcher, dessen Zähler oder Nenner, oder beide zugleich aus einem eigentlichen oder gemischten Bruche bestehen.

Danach giebt es 6 verschiedene Formen von complicirten Brüchen; wie

1. $\frac{\frac{3}{4}}{5}$ 2. $\frac{1\frac{3}{4}}{5}$ 3. $\frac{5}{\frac{3}{4}}$ 4. $\frac{5}{1\frac{3}{4}}$ 5. $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}$ 6. $\frac{2\frac{3}{4}}{5\frac{3}{4}}$

Ihr ersehet auf den ersten Blick, daß complicirte Brüche nichts anders sind als Divisionsexempel, bei welchen der Divisor unter, statt vor dem Dividend steht. Daher ist

1. $\frac{\frac{3}{4}}{5}=5|\frac{3}{4}|$, 2. $\frac{1\frac{3}{4}}{5}=5|1\frac{3}{4}|$, 3. $\frac{5}{\frac{3}{4}}=\frac{3}{4}|5|$, 4. $\frac{5}{1\frac{3}{4}}=1\frac{3}{4}|5|$,
5. $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}=\frac{3}{4}|\frac{3}{4}|$, 6. $\frac{2\frac{3}{4}}{5\frac{3}{4}}=5\frac{3}{4}|2\frac{3}{4}|$.

Sie stellen demnach je einen der 6 Bruch-Divisions-Fälle vor, die wir in § 11 kennen gelernt haben und lösen sich ganz auf dieselbe Weise; wie zum

Beisp. $\frac{3\frac{1}{4}}{2\frac{4}{5}}=2\frac{4}{5}|3\frac{1}{4}|=\frac{1\frac{4}{5}|1\frac{3}{4}}{20}$ od.: $=\frac{7}{4}\times\frac{5}{4}=\frac{35}{16}=1\frac{19}{16}$ (§ 11, No. 3b.)

$$\frac{\frac{55}{16}|\frac{65}{16}}{56|65|1\frac{9}{16}}.$$

Aufg. Löset hierauf folgende complicirte Brüche

1. $\frac{9}{\frac{1}{4}}$ 2. $\frac{\frac{1}{2}}{9}$ 3. $\frac{8}{9\frac{7}{10}}$ 4. $\frac{\frac{7}{8}}{4\frac{1}{2}}$ 5. $\frac{6\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}$ 6. $\frac{7\frac{3}{4}}{15\frac{1}{2}}$
7. $\frac{\frac{3}{4}}{1\frac{1}{2}}$ 8. $\frac{15}{\frac{3}{4}}$ 9. $\frac{\frac{3}{4}}{15}$ 10. $\frac{5\frac{3}{4}}{10}$ 11. $\frac{6}{8\frac{1}{2}}$ 12. $\frac{\frac{1}{4}}{7\frac{3}{4}}$
13. $\frac{4\frac{1}{7}}{16\frac{1}{2}}$ 14. $\frac{16\frac{1}{2}}{4\frac{1}{7}}$ 15. $\frac{9\frac{3}{5}}{12\frac{1}{2}}$ 16. $\frac{12\frac{1}{2}}{9\frac{3}{5}}$
17. $\frac{33}{47\frac{1}{14}}$ 18. $\frac{47\frac{1}{14}}{33}$ 19. $\frac{104}{209\frac{1}{14}}$ 20. $\frac{209\frac{1}{14}}{104}$

Complicirte Brüche mögen ebensowohl wie die einfachen addirt, subtrahirt, multiplicirt und dividirt werden. In jedem dieser Fälle ist es aber nothwendig, die complicirten Brüche erst in gewöhnliche zu verwandeln.

1. Addition.

Beisp. Was ist die Summe von $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{7}}+\frac{4\frac{1}{7}}{12\frac{1}{2}}$?

Aufl. $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{7}}=\frac{\frac{3}{7}|\frac{1}{3}}{21}$ u. $\frac{4\frac{1}{7}}{12\frac{1}{2}}=\frac{12\frac{1}{2}|4\frac{1}{7}}{\frac{25}{2}|\frac{29}{7}}$ daher $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{7}}+\frac{4\frac{1}{7}}{12\frac{1}{2}}=\frac{7}{9}+\frac{58}{75}=1\frac{172}{1575}$

$\frac{\frac{9}{21}|\frac{7}{21}}{9|7|}=\frac{7}{9}$ $\quad$ 14 $\quad$ $\frac{\frac{175}{14}|\frac{58}{14}}{175|58|}=\frac{58}{75}$

Aufgaben. Was ist die Summe von

21. $\frac{7\frac{3}{4}}{\frac{4}{7}}+\frac{7}{\frac{7}{12}}$ 22. $\frac{21}{5\frac{3}{5}}+\frac{9\frac{7}{8}}{12}$ 23. $\frac{\frac{4}{11}}{6}+\frac{12}{\frac{5}{9}}$ 24. $\frac{16\frac{4}{5}}{9\frac{3}{8}}+\frac{18\frac{7}{12}}{24\frac{7}{19}}$.

Kürzere Methode: Obiges Beisp. löst sich, zufolge § 11, No. 3b. auf folgende Weise:

$\frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{7}}=\frac{7}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{7}{9}$ u. $\frac{4\frac{1}{7}}{12\frac{1}{2}}=\frac{\frac{29}{7}}{\frac{25}{2}}=\frac{2}{25}\times\frac{29}{7}=\frac{58}{175}$; daher $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{7}}+\frac{4\frac{1}{7}}{12\frac{1}{2}}=\frac{7}{9}+\frac{58}{175}=1\frac{172}{1575}$.

2. Subtraction.

Beisp. Subtrahire $\frac{\frac{3}{7}}{\frac{4}{5}}$ von $\frac{2\frac{3}{8}}{3\frac{3}{4}}$.

Aufl. $\frac{2\frac{3}{8}}{3\frac{3}{4}}=\frac{\frac{15}{4}|\frac{19}{8}}{8}$ und $\frac{\frac{3}{7}}{\frac{4}{5}}=\frac{\frac{4}{5}|\frac{3}{7}}{35}$ daher $\frac{2\frac{3}{8}}{3\frac{3}{4}}-\frac{\frac{3}{7}}{\frac{4}{5}}=\frac{19}{30}-\frac{15}{28}=\frac{41}{420}$.

$\frac{\frac{30}{8}|\frac{19}{8}}{30|19|}=\frac{19}{30}$ $\quad$ $\frac{\frac{28}{35}|\frac{15}{35}}{28|15|}=\frac{15}{28}$.

Kürzeres Verfahren: $\frac{2\frac{3}{8}}{3\frac{3}{4}}=3\frac{3}{4}|2\frac{3}{8}|=\frac{15}{4}|\frac{19}{8}|=\frac{4}{15}\times\frac{19}{8}=\frac{19}{30}$; u.

$\frac{\frac{3}{7}}{\frac{4}{5}}=\frac{4}{5}|\frac{3}{7}|=\frac{5}{4}\times\frac{3}{7}=\frac{15}{28}$; daher $\frac{2\frac{3}{8}}{3\frac{3}{4}}-\frac{\frac{3}{7}}{\frac{4}{5}}=\frac{19}{30}-\frac{15}{28}=\frac{41}{420}$.

Aufgaben. Was ist der Unterschied zwischen

25. $\frac{16\frac{11}{15}}{5}$ u. $\frac{11}{7\frac{2}{9}}$? 26. $\frac{\frac{4}{5}}{12}$ u. $\frac{5}{\frac{5}{9}}$? 27. $\frac{\frac{6}{7}}{4\frac{2}{5}}$ u. $\frac{6\frac{15}{16}}{\frac{7}{8}}$? 28. $\frac{9\frac{4}{5}}{3\frac{7}{8}}$ u. $\frac{3\frac{7}{8}}{9\frac{4}{5}}$?

3. Multiplication.

Beisp. Multiplicire $\frac{5}{4\frac{3}{4}}$ mit $\frac{7\frac{2}{5}}{2\frac{1}{2}}$.

Aufl. $\frac{5}{4\frac{3}{4}}=4\frac{3}{4}|5$ u. $\frac{7\frac{2}{5}}{2\frac{1}{2}}=2\frac{1}{2}|7\frac{2}{5}$ daher $\frac{5}{4\frac{3}{4}}\times\frac{7\frac{2}{5}}{2\frac{1}{2}}=1\frac{1}{19}\times2\frac{24}{25}=3\frac{11}{95}$.

$\frac{19}{4}|\frac{20}{4}$ $\quad$ $\frac{5}{2}|\frac{37}{5}$

$19|20|=1\frac{1}{19}$ $\quad$ 10

$\frac{25}{10}|\frac{74}{10}$

$25|74|=2\frac{24}{25}$

Kürzeres Verfahren:

$\frac{5}{4\frac{3}{4}}=\frac{5}{\frac{19}{4}}=\frac{5\times4}{19}$ u. $\frac{7\frac{2}{5}}{2\frac{1}{2}}=\frac{37}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{74}{25}$; daher $\frac{5}{4\frac{3}{4}}\times\frac{7\frac{2}{5}}{2\frac{1}{2}}=\frac{20}{19}\times\frac{74}{25}=3\frac{11}{95}$.

Aufgaben: Multiplicire

29. $\frac{9}{\frac{5}{6}}$ mit $\frac{\frac{5}{6}}{9}$. 30. $\frac{7\frac{4}{7}}{8}\times\frac{8}{7\frac{4}{7}}$. 31. $\frac{9\frac{9}{10}}{5\frac{4}{5}}\times\frac{25}{12\frac{1}{2}}$. 32. $\frac{5\frac{5}{6}}{2\frac{1}{12}}\times\frac{7\frac{7}{8}}{3\frac{11}{16}}$.

4. Division.

Beisp. Dividire $\frac{4}{3\frac{2}{5}}$ durch $\frac{6\frac{1}{3}}{4\frac{3}{4}}$.

Aufl. $\frac{4}{3\frac{2}{5}}=3\frac{2}{5}|4$ u. $\frac{6\frac{1}{3}}{4\frac{3}{4}}=4\frac{3}{4}|6\frac{1}{3}$ daher $\frac{6\frac{1}{3}}{4\frac{3}{4}}\Big|\frac{4}{3\frac{2}{5}}=\frac{1\frac{19}{57}|1\frac{3}{17}}{\frac{76}{57}|\frac{20}{17}}$

$\frac{17}{5}|\frac{20}{5}$ $\quad$ $\frac{19}{4}|\frac{19}{3}$ $\quad$ 969

$17|20|1\frac{3}{17}$ $\quad$ 12 $\quad$ $\frac{1292}{969}|\frac{1140}{969}$

$\frac{57}{12}|\frac{76}{12}$

$57|76|=1\frac{19}{57}$ $\quad$ $1292|1140=\frac{285}{323}$.

Kürzeres Verfahren:

$\frac{4}{3\frac{2}{5}}=4\times\frac{5}{17}=\frac{20}{17}$; u. $\frac{6\frac{1}{3}}{4\frac{3}{4}}=\frac{19}{3}\times\frac{4}{19}=\frac{76}{57}$; daher $\frac{6\frac{1}{3}}{4\frac{3}{4}}\Big|\frac{4}{3\frac{2}{5}}\Big|=\frac{76}{57}|\frac{20}{17}|=\frac{57}{76}$

$\times\frac{20}{17}=\frac{285}{323}$.

Aufgaben. Dividire

33. $\frac{5}{4\frac{2}{9}}$ durch $\frac{4\frac{2}{5}}{5}$. 34. $\frac{12\frac{1}{2}}{6\frac{1}{4}}$ d. $\frac{16\frac{3}{8}}{8\frac{3}{16}}$. 35. $\frac{9}{\frac{6}{7}}$ d. $\frac{17\frac{5}{9}}{\frac{6}{7}}$. 36. $\frac{10\frac{9}{10}}{99\frac{99}{100}}$ d. $\frac{100\frac{93}{100}}{9\frac{9}{10}}$.

§ 13. Zusammengesetzte Brüche. Compound Fractions.

Zusammengesetzte Brüche nennt man Brüche von Brüchen, welche gewöhnlich durch das Verhältnißwort von mit einander verbunden sind; wie $\frac{1}{2}$ von $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$ von $3\frac{1}{2}$ ꝛc. Aus § 10 No. 3 b. geht hervor, daß $\frac{1}{2}$ von $\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ und $\frac{3}{4}$ von $3\frac{1}{2}=\frac{3}{4}\times\frac{7}{2}=\frac{21}{8}=2\frac{5}{8}$.

Es erscheinen zuweilen Brüche, welche noch zusammengesetzter sind als obige, gleichsam eine Reihe von einander abhängiger Brüche bilden, wie z. B. $\frac{1}{2}$ von $\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{4}$ von $\frac{4}{5}$. Hier ist erst

$\frac{2}{3}$ von $\frac{1}{2}$ d. i. $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$ zu nehmen, welches $= \frac{2}{6}$; nun ist $\frac{2}{6}$ mit $\frac{3}{4}$ zu multipliciren, was $\frac{6}{24}$ ergiebt; endlich hat man $\frac{1}{2} \times \frac{6}{24} = \frac{1}{8}$.

Anstatt die zusammengesetzten Brüche je Glied für Glied mit einander zu multipliciren, stellt man sie eher in zusammenhängender Form dar und vereinfacht die Multiplication erst durch Verkleinerung. Auf diese Weise erhält man für obiges Beispiel $\frac{1}{2} \times \frac{3}{8} \times \frac{4}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

Ein- und mehrfach zusammengesetzte Brüche weichen demnach in nichts ab von gewöhnlichen Bruchmultiplicationen, weßhalb ich darüber blos noch einige Aufgaben zur Uebung beisetze.

Aufgaben. Was ist

1. $\frac{4}{5}$ von $\frac{1}{4}$ von 8?
2. $\frac{1}{3}$ von $9\frac{3}{4}$ von $\frac{7}{10}$ von $5\frac{1}{3}$?
3. $\frac{7}{8}$ „ $8\frac{3}{4}$ „ $\frac{1}{3}$ von $5\frac{1}{3}$?
4. $\frac{5}{6}$ „ 16 „ $\frac{3}{5}$ „ $\frac{1}{3}$ von 25?
5. $\frac{3}{8}$ „ $16\frac{1}{2}$ „ $\frac{5}{4}$ „ $\frac{1}{3}$ von $37\frac{1}{2}$?
6. $7\frac{2}{3}$ von 1 von 4 von 5 von 12?

Nachdem die zusammengesetzten Brüche auf ihre einfache Form reducirt sind, so können sie, ebensowohl wie die gewöhnlichen und complicirten Brüche, addirt, subtrahirt, multiplicirt und dividirt werden. So könnte verlangt werden, daß, nachdem obige 6 Aufgaben gelöst sind, ihre Resultate addirt, eines von dem andern subtrahirt, eines oder mehrere mit einander multiplicirt oder durch einander dividirt werden sollten. Allein die dadurch entstehenden Additions- ꝛc. Aufgaben würden denen in §§ 8—12 vollkommen ähnlich sein, weßhalb wir uns nicht weiter damit beschäftigen, sondern übergehen wollen zu etwas verwickelten Formen, die wir in Gestalt von Gleichungen darstellen, wie in Theil I § 20 mit ganzen Zahlen geschehen. Das fehlende Glied wird mit x bezeichnet.

Beisp. Was ist x in der Gleichung: $\frac{4}{\frac{5}{6}} \times 5\frac{3}{4} = \frac{5}{6}$ v. $\frac{2}{3} + 3 + x$?

Aufl. $\frac{4}{\frac{5}{6}} = \frac{4 \times 6}{5} = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$; daher $\frac{4}{\frac{5}{6}} + 5\frac{3}{4} = \left.\begin{matrix} 4\frac{4}{5} \\ +5\frac{3}{4} \end{matrix}\right\} = 10\frac{11}{20}$.

$\frac{5}{6}$ von $\frac{2}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{9}$; daher $\frac{5}{6}$ von $\frac{2}{3} + 3 = \left.\begin{matrix} \frac{5}{9} \\ +3 \end{matrix}\right\} = 3\frac{5}{9}$

Nun hat man die Gleichung: $10\frac{11}{20} = 3\frac{5}{9} + x$. X. muß demnach eine Zahl sein, welche um $3\frac{5}{9}$ kleiner ist als $10\frac{11}{20}$ und wird daher gefunden, wenn man $3\frac{5}{9}$ von $10\frac{11}{20}$ subtrahirt. Daher

$$x = 10\tfrac{11}{20} = 10\cdot\tfrac{99}{180}$$
$$3\tfrac{5}{9} = 3\tfrac{100}{180}$$
$$= 6\tfrac{179}{180}$$

Aufgab. Was ist x in folgenden Gleichungen?

7. $\frac{3}{4}$ v. $3\frac{5}{8} + \frac{15}{\frac{2}{3}} = \frac{18}{3\frac{1}{4}} - \frac{4\frac{2}{3}}{5} + x$?

8. $x + 36 - \frac{7}{2\frac{1}{2}} = \frac{24}{3\frac{4}{5}} + \frac{4}{9} + 3\frac{1}{2} \times 11\frac{7}{8}$?

9. $3\frac{5}{6}$ von 7 von $\frac{9}{15} + \frac{21}{4\frac{1}{2}} = 10 \times \frac{2}{3}$ von $4\frac{5}{12} - x$?

10. $\frac{5\frac{1}{3}}{4\frac{3}{4}}$ von $\frac{3\frac{1}{2}}{5} + 16 \times \frac{7}{8}$ von $12 = \frac{12\frac{3}{4}}{4\frac{1}{2}}$ von $\frac{21}{2\frac{5}{6}} + 10 + x$?

11. $\frac{25}{4\frac{4}{5}}$ von $13 \times \frac{5}{7}$ von $\frac{10}{14} + 44 = 18 \times \frac{3}{4}$ von $\frac{5}{6}$ von $4 + x$?

12. $\frac{3\frac{3}{4}}{8\frac{1}{2}}$ von $\frac{2\frac{2}{3}}{5\frac{1}{2}} \times \frac{5\frac{1}{8}}{6\frac{3}{4}}$ von $\frac{13\frac{1}{2}}{10\frac{1}{4}} = \frac{5\frac{1}{3}}{4\frac{3}{5}}$ von $\frac{3\frac{2}{7}}{3\frac{2}{3}}$ von $\frac{9\frac{1}{3}}{12\frac{1}{2}}$ von $\frac{9\frac{3}{4}}{8\frac{2}{3}} - x$?

§ 14. Praktische Aufgaben über § § 11, 12 u. 13.

1. Der Dividend ist $17\frac{7}{9}$; der Divisor $5\frac{3}{4}$: was ist der Quotient?
2. Der Divisor ist $11\frac{2}{5}$; der Quotient $2\frac{1}{3}$: was ist der Dividend?
3. Der Dividend ist $103\frac{11}{12}$; der Quotient $17\frac{3}{8}$: was ist der Divisor?
4. Der Divisor ist $5\frac{7}{10}$; der Dividend ist 4 mal so groß: was ist der Quotient?
5. Der Dividend ist $8\frac{5}{8}$; der Divisor $\frac{1}{3}$ hievon: was ist der Quotient?
6. Der Divisor und Quotient betragen je $4\frac{3}{5}$: was ist der Dividend?
7. Der Divisor ist $7\frac{1}{4}$; der Dividend $2\frac{5}{6}$ größer als jener: was ist der Quotient?
8. Der Divisor ist $7\frac{4}{5}$; der Quotient $2\frac{1}{7}$ weniger als jener: was ist der Dividend?
9. Der Quotient ist $\frac{4}{5}$ von $3\frac{2}{7}$ und der Divisor ist $\frac{2\frac{3}{4}}{4\frac{4}{5}}$: was ist der Dividend?
10. Der Quotient ist $2\frac{1}{3}$ kleiner als 10; der Dividend ist $1\frac{3}{5}$ größer, als der Quotient: was ist der Divisor?
11. $\frac{4}{5}$ ctw. Eisen kosten $3\frac{7}{8}$ \$: was kosten $13\frac{3}{4}$ ctw.?

Aufl. $\frac{1}{8}$ ctw. $= 3\frac{7}{8}\$ = \frac{31\$}{8}$

$\frac{1}{2}$ „ $= \frac{31\$}{8\times 4}$

1 „ $(\frac{4}{4})$ $= \frac{31\$\times 5}{8\times 4}$

$13\frac{3}{4}$ „ $(\frac{55}{4})$ $= \frac{31\$\times 5}{8\times 4}\times\frac{55}{4} = \frac{8525}{128} = 66\frac{77}{128}\$.$

Kürzere Form: $15\frac{3}{4}$ ctw. $= \frac{15\frac{3}{4}\times 37\frac{1}{2}\$}{\frac{4}{4}} = 66\frac{77}{128}\$.$

12. $2\frac{5}{8}$ ℔ Stahl kosten $37\frac{1}{2}$c.: was kosten $21\frac{1}{4}$℔?

Aufl. $2\frac{5}{8}$℔od. $\frac{17}{8}$ ℔ $= 37\frac{1}{2}$c. od. $\frac{75\text{c.}}{2}$

$\frac{1}{8}$℔ $= \frac{75\text{c.}}{2\times 17}$

1℔od. $\frac{8}{8}$℔ $= \frac{75\text{c.}\times 6}{2\times 17}$

$21\frac{1}{4}$℔od. $\frac{171}{8}$℔ $= \frac{75\text{c.}\times 6}{2\times 17}\times\frac{171}{8} = \frac{12825}{136} = \$2.81\frac{1}{4}.$

Kürzere Form: $21\frac{1}{4}$ ℔ $= \frac{21\frac{1}{4}\times 37\frac{1}{2}\text{c.}}{2\frac{5}{8}} = \$2.81\frac{1}{4}.$

13. $5\frac{3}{4}$ ℔ weißer Zucker kostet 1 \$: was kosten $21\frac{1}{8}$ ℔?

Aufl. $5\frac{3}{4}$℔od. $\frac{23}{4}$ ℔ $= 1\$$

$\frac{1}{4}$℔ $= \frac{1\$}{23}$

1℔od. $(\frac{4}{4})$℔ $= \frac{1\$\times 4}{23}$

$21\frac{1}{8}$℔od. $(\frac{173}{8})$℔ $= \frac{1\$\times 4}{23}\times\frac{173}{8} = \frac{173}{46}\$\ 3\frac{35}{46}\$.$

Kürzere Form: $21\frac{1}{8}$℔ $= \frac{21\frac{1}{8}\times 1\$}{5\frac{3}{4}} = 3\frac{35}{46}\$.$

14. In $\frac{3}{4}$ Tagen verdient ein Mann $1\frac{1}{8}$ \$; wie viel verdient er in 1 Tag?

15. $\frac{5}{8}$ yd. Tuch kosten $2\frac{1}{2}$ \$: wie viel kosten 8 yd.?

16. $\frac{7}{12}$ Fuß einer Röhre kosten $1\frac{1}{4}$ \$: was werden $5\frac{1}{4}$ F. kosten?

17. In $\frac{1}{8}$ Stunden durchrennt eine Locomtive $14\frac{7}{8}$ Meilen: wie

viel wird sie bei gleicher Geschwindigkeit in $5\frac{3}{4}$ Stunde durcheilen?

18. $5\frac{3}{8}$ bu. Korn kosten $3\frac{3}{4}$ \$: was werden 125 bu. kosten?

19. $27\frac{3}{4}$ Fuß Front eines Bauplatzes kosten $1108\frac{1}{2}$ \$: wie vi werden $57\frac{5}{12}$ Fuß kosten bei gleichem Preise?

20. $25\frac{1}{4}$ Grane reines Gold sind werth 1 \$; was werden $3\frac{3}{4}$ werth sein das ℔ = 5760 gr.?

21. $412\frac{1}{2}$ Grane reines Silber sind werth 1 \$: was werden $5\frac{1}{8}$ Silber werth sein, das ℔ zu 5760 gr. gerechnet?

22. $\frac{3}{4}$ Cubikf. destillirten Wassers wiegen $46\frac{25}{32}$ ℔: wie viel wiegen

a. 1 Cubikf. destillirten Wassers?
b. 1 gal. " " zu $\frac{77}{576}$ Cubikf. gerechnet?
c. 1 brl. " " zu 32 gal. gerechnet?

Was wiegen folgende Körper, deren specifisches Gewicht (sp. G.) beigefügt ist:

d.	1 Cubikfuß	Platina	mit	$19\frac{4}{5}$	sp. G.?
e.	1 "	Gold	"	$19\frac{1}{2}$	"
f.	1 "	Quecksilber	"	$13\frac{3}{5}$	"
g.	1 "	Silber	"	$10\frac{1}{2}$	"
h.	1 "	Blei	"	$11\frac{2}{5}$	"
i.	1 "	Kupfer	"	$8\frac{2}{5}$	"
k.	1 "	Eisen	"	$7\frac{4}{5}$	"
l.	1 "	Quartz	"	$2\frac{7}{10}$	"
m.	1 "	Tannenholz	"	$\frac{1}{2}$	"
n.	1 "	Pappelholz	"	$\frac{3}{10}$	"
o.	1 "	Kork	"	$\frac{1}{4}$	"
p.	1 "	Gumi elast.	"	$\frac{9}{10}$	"

23. A. kaufte $3\frac{1}{4}$ bu. Weizen für $5\frac{1}{5}$ \$: wie viel konnte er kaufen für \$102.75?

Aufl. $5\frac{1}{5}$\$ od. $\frac{26}{5}$\$ $= 3\frac{1}{4}$bu. od. $\frac{13}{4}$bu.

$$\frac{1}{5}\$ = \frac{13\text{bu.}}{4\times 26}$$

$$1\$ \text{ od. } (\tfrac{5}{5})\$ = \frac{13\text{bu.}\times 5}{4\times 26}$$

$$102\tfrac{3}{4}\$ \text{ od. } (\tfrac{411}{4})\$ = \frac{13\text{bu.}\times 5}{4\times 26}\times\tfrac{411}{4} = \tfrac{2055}{32} = 64\tfrac{7}{32}\text{ bu.}$$

Kürzere Form: $\$102.75 = \dfrac{102\frac{3}{4}\times 3\frac{1}{4}\text{bu.}}{5\frac{1}{5}} = 64\frac{7}{32}$bu.

24. A. erhielt 9 yd. Tuch für \$26.25: wie viel konnte er kaufen für \$63.87½?

Aufl. $26\frac{1}{4}\$$ od. $\frac{105}{4}\$ = 9\text{yd.}$

$$\frac{1}{4}\$ = \frac{9\text{yd.}}{105}$$

$$1\$ \text{ od. } (\tfrac{4}{4})\$ = \frac{9\text{yd.} \times 4}{105}$$

$$63\tfrac{7}{8} \text{ od. } (\tfrac{511}{8})\$ = \frac{9\text{yd.} \times 4}{105} \times \tfrac{511}{8} = \tfrac{876}{40}\text{yd.} = 21\tfrac{9}{10}\text{yd.}$$

Kürzere Form: $\$63.87\frac{1}{2} = \frac{63\frac{7}{8} \times 9\text{yd.}}{26\frac{1}{4}} = 21\frac{9}{10}$ yd.

25. A. kauft $40\frac{7}{8}$ acre Land für \$245.75: wie viel acres kann er kaufen für 1000 \$?

26. A. verdient \$11.62½ in 7¼ Tagen: wie viele Tage muß er arbeiten für 100 \$?

27. A. läuft tägl. 24¾ Meilen weit: wie lange würde es ihn nehmen, von dem Ursprung bis zu der Mündung des Missouri-Stromes zu kommen, wenn man die Länge dieses Stromes zu 4100 Meilen rechnet?

28. Auf 1 acre Land werden 42¾ bu. Korn erzeugt: wie viele acres sind erforderlich um 2000 bu. zu erhalten?

29. Für 62½c. erhält A. 8 ℔ Fleisch: wie viel ℔ wird er erhalten für 3 \$?

30. Für 12¼ bu. Weizen bezahlt A. \$18.75: wie viel wird er bezahlen müssen für 75 bu.?

31. Für 10⅝ bu. Weizen bezahlt A. \$14.12½: wie viel bu. wird er erhalten für \$55.25?

32. In $3\frac{9}{26}$ Monaten verdient A. \$84.50: wie lange wird er arbeiten müssen, um eine Schuld mit \$143.75 abbezahlen zu können?

33. In 5⅔ Wochen verdient A. \$45.62½: wie viel wird er verdienen in ¾ Jahren (das Jahr zu 52 Wochen gerechnet)?

34. Die Entfernung vom südlichsten bis nördlichsten Punkte Americas beträgt etwa 9000 Meilen: wie lange bedürfte eine Locomotive, diesen Raum zu durchrennen, bei einer Geschwindigkeit von $12\frac{5}{12}$ Meilen per Stunde?

35. Der Schall verbreitet sich mit einer Geschwindigkeit von etwa $\frac{19}{16}$ Meilen per Sekunde: wie viel Zeit würde es eine Schallwelle nehmen, den Aequator zu umkreisen (25000 Meilen)?

viel wird sie bei gleicher Geschwindigkeit in $5\frac{3}{4}$ Stunden durcheilen?

18. $5\frac{3}{8}$ bu. Korn kosten $3\frac{3}{4}$ \$: was werden 125 bu. kosten?

19. $27\frac{3}{4}$ Fuß Front eines Bauplatzes kosten $1108\frac{1}{2}$ \$: wie viel werden $57\frac{5}{12}$ Fuß kosten bei gleichem Preise?

20. $25\frac{4}{5}$ Grane reines Gold sind werth 1 \$; was werden $3\frac{3}{4}$ ℔ werth sein das ℔ = 5760 gr.?

21. $412\frac{1}{2}$ Grane reines Silber sind werth 1 \$: was werden $5\frac{1}{8}$ ℔ Silber werth sein, das ℔ zu 5760 gr. gerechnet?

22. $\frac{3}{4}$ Cubikf. destillirten Wassers wiegen $46\frac{25}{32}$ ℔: wie viel wiegen

a. 1 Cubikf. destillirten Wassers?
b. 1 gal. " " zu $\frac{77}{576}$ Cubikf. gerechnet?
c. 1 brl. " " zu 32 gal. gerechnet?

Was wiegen folgende Körper, deren specifisches Gewicht (sp. G.) beigefügt ist:

d.	1 Cubikfuß	Platina	mit	$19\frac{4}{5}$	sp. G.?
e.	1 "	Gold	"	$19\frac{1}{2}$	"
f.	1 "	Quecksilber	"	$13\frac{3}{5}$	"
g.	1 "	Silber	"	$10\frac{1}{2}$	"
h.	1 "	Blei	"	$11\frac{2}{5}$	"
i.	1 "	Kupfer	"	$8\frac{2}{5}$	"
k.	1 "	Eisen	"	$7\frac{4}{5}$	"
l.	1 "	Quartz	"	$2\frac{7}{10}$	"
m.	1 "	Tannenholz	"	$\frac{1}{2}$	"
n.	1 "	Pappelholz	"	$\frac{3}{10}$	"
o.	1 "	Kork	"	$\frac{1}{4}$	"
p.	1 "	Gumi elast.	"	$\frac{9}{10}$	"

23. A. kaufte $3\frac{1}{4}$ bu. Weizen für $5\frac{1}{5}$ \$: wie viel konnte er kaufen für \$102.75?

Aufl. $5\frac{1}{5}$\$ od. $\frac{26}{5}$\$ $= 3\frac{1}{4}$bu. od. $\frac{13}{4}$bu.

$\frac{1}{5}$\$ $= \frac{13\text{bu.}}{4\times 26}$

1\$ od. $(\frac{5}{5})$\$ $= \frac{13\text{bu.}\times 5}{4\times 26}$

$102\frac{3}{4}$\$ od. $(\frac{411}{4})$\$ $= \frac{13\text{bu.}\times 5}{4\times 26}\times\frac{411}{4} = \frac{2055}{32} = 64\frac{7}{32}$ bu.

Kürzere Form: \$102.75 $= \frac{102\frac{3}{4}\times 3\frac{1}{4}\text{bu.}}{5\frac{1}{5}} = 64\frac{7}{32}$ bu.

24. A. erhielt 9 yd. Tuch für \$26.25: wie viel konnte er kaufen für \$63.87½?

Aufl. $26\frac{1}{4}\$$ od. $\frac{105}{4}\$ = 9\text{yd.}$

$$\frac{1}{4}\$ = \frac{9\text{yd.}}{105}$$

$$1\$ \text{ od. } (\tfrac{4}{4})\$ = \frac{9\text{yd.} \times 4}{105}$$

$$63\tfrac{7}{8} \text{ od. } (\tfrac{511}{8})\$ = \frac{9\text{yd.} \times 4}{105} \times \tfrac{511}{8} = \tfrac{876}{40}\text{yd.} = 21\tfrac{9}{10}\text{yd.}$$

Kürzere Form: $\$63.87\frac{1}{2} = \frac{63\frac{7}{8} \times 9\text{yd.}}{26\frac{1}{4}} = 21\frac{9}{10}$ yd.

25. A. kauft $40\frac{7}{8}$ acre Land für \$245.75: wie viel acres kann er kaufen für 1000 \$?

26. A. verdient \$11.62½ in 7¼ Tagen: wie viele Tage muß er arbeiten für 100 \$?

27. A. läuft tägl. 24¾ Meilen weit: wie lange würde es ihn nehmen, von dem Ursprung bis zu der Mündung des Missouri-Stromes zu kommen, wenn man die Länge dieses Stromes zu 4100 Meilen rechnet?

28. Auf 1 acre Land werden 42¾ bu. Korn erzeugt: wie viele acres sind erforderlich um 2000 bu. zu erhalten?

29. Für 62½c. erhält A. 8 ℔ Fleisch: wie viel ℔ wird er erhalten für 3 \$?

30. Für 12¼ bu. Weizen bezahlt A. \$18.75: wie viel wird er bezahlen müssen für 75 bu.?

31. Für $10\frac{5}{8}$ bu. Weizen bezahlt A. \$14.12½: wie viel bu. wird er erhalten für \$55.25?

32. In $3\frac{9}{16}$ Monaten verdient A. \$84.50: wie lange wird er arbeiten müssen, um eine Schuld mit \$143.75 abbezahlen zu können?

33. In 5⅔ Wochen verdient A. \$45.62½: wie viel wird er verdienen in ¾ Jahren (das Jahr zu 52 Wochen gerechnet)?

34. Die Entfernung vom südlichsten bis nördlichsten Punkte Americas beträgt etwa 9000 Meilen: wie lange bedürfte eine Locomotive, diesen Raum zu durchrennen, bei einer Geschwindigkeit von $12\frac{5}{12}$ Meilen per Stunde?

35. Der Schall verbreitet sich mit einer Geschwindigkeit von etwa $\frac{10}{33}$ Meilen per Sekunde: wie viel Zeit würde es eine Schallwelle nehmen, den Aequator zu umkreisen (25000 Meilen)?

36. Zwischen dem Leuchten des Blitzes und dem Schalle de Donners verstreichen $11\frac{1}{4}$ Secunden: wie weit ist die don nernde Wolke entfernt?
37. Eine Gewitterwolke ist $2\frac{1}{4}$ Meile entfernt: wie viele Se cunden werden verstreichen zwischen dem Leuchten des Blitze und dem Schall des Donners?
38. Wie viele Secunden werden verstreichen zwischen dem Bli und dem Knall einer Kanone, wenn der Beobachter sich i einer Entfernung von 3 Meilen befindet?
39. Ein Beobachter zählt $5\frac{1}{2}$ Secunden zwischen dem Blitz un dem Knall einer Kanone: wie weit ist er von dem Geschoß entfernt?
40. Welches ist der Unterschied zwischen $\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{4}\times\frac{7\frac{2}{7}}{3\frac{3}{7}}$ un $\frac{2}{3}$ von $3\times\frac{17\frac{1}{3}}{6\frac{2}{7}}$?

§ 15. Verwandlung von Brüchen der Münz- Gewichts- und Maß-Systemen für die Ver. St. N. A. Reduction of Fractional Compound Numbers.

Verwandlung ist: Bezeichnung desselben Werthes durch einen andern Ausdruck. In Theil I habe ich, bei Abhandlung der Münz- Maß- und Gewichtssysteme der Ver. St., bei jedem Systeme eine Reihe von Verwandlungen ausgeführt— aber blos mit ganzen Zahlen. Hier handelt es sich darum, Theile eines Ganzen höheren Werthes in einen Ausdruck niederen Ranges zu verwandeln, und umgekehrt.

Es ist z. B. $\frac{3}{4}\$=\frac{3\times 100\text{c.}}{4}=75\text{c.}$; $\frac{5}{8}\text{gal.}=\frac{5\times 8\text{pt.}}{8}=5\text{pt.}$;

$\frac{7}{8}\text{ft.}=\frac{7\times 12\text{in.}}{8}=10\frac{1}{2}\text{in.}$ ꝛc. und umgekehrt:

$\frac{3}{4}\text{c.}=\frac{3\ \$}{4\times 100}=\frac{3\$}{400}$; $\frac{5}{8}\text{pt.}=\frac{5\text{ gal.}}{8\times 8}=\frac{5\text{gal.}}{64}$; $\frac{7}{8}\text{in.}=\frac{7\text{ ft.}}{8\times 12}=\frac{7}{96}\text{ft.}$ ꝛc.

Ich werde nun die Münz- ꝛc. Systeme in derselben Ordnung aufführen, wie ich in Th. I gethan; von jedem System die entsprechende Tabelle obenan stellen; bei jedem System einige Beispiele von Verwandlungen höherer Werthe in niedere und umgekehrt, ausführen und dann jedesmal eine Reihe entsprechender Aufgaben beifügen.

§ 16. Vereins-Münz-System für die Ver. Staaten N. A.

Federal Money.

(Th. I § 24.)

Die Münzsorten in den Ver. St. N. A. sind: Cents, 3 cent-Stücke, 5 cent-Stücke, sixpence (6¼c.) 10 cent-Stücke (dimes) shillings (12½c.) quarters (25c.) ½ dollars (50c.); ferner 1, 2½, 5, 10, 20 und 50 dollars-Stücke in Gold.

Cent kommt von dem Worte centum und bedeutet 100. Cent-Stücke bestehen aus Kupfer und wiegen je 168 Grane. Jetzt werden leichtere Cent-Stücke geprägt, welche einige Silbertheile enthalten.

Dollars (Thaler) kommt von dem dänischen Worte Dales, und dieses von einer Stadt, genannt Dale, woselbst diese Münzsorte zuerst geprägt wurde. Das Zeichen für dollars ist $ und enthält den Anfangsbuchstaben D nebst dem Endbuchstaben S von dollars. 1$ in Silber wiegt 412½ Grane; in Gold 25¾ Gr. 10$ in Gold ist ein Eagle; ein Goldstück von 5$ wird Halfeagle und ein Stück von 2½ $ wird Quartereagle genannt.

Die Silbermünzen bestehen aus 9 Theilen reinem Silber und 1 Th. Kupfer. Die Goldmünzen enthalten 900 Theile reines Gold, 50 Th. Silber und 50 Th. Kupfer.

Mill ($\frac{1}{1000}$ $; von mille=tausend) existirt nicht als Münze; blos bei Tarrechnungen werden Mills berücksichtigt.

Sixpence und shillings cursiren nur in den östl. Staaten für ihren vollen Werth; in den übrigen Staaten der Union werden erstere nur für 5c. und die letzteren für 10c. gerechnet.

Tabelle über das Münzsystem der Ver. St. N. A.

	$	c.	m.
1$ =	1 =	100 =	1000
1c. =	$\frac{1}{100}$ =	1 =	$\frac{1}{10}$
1m. =	$\frac{1}{1000}$ =	$\frac{1}{10}$ =	1

Verwandlungen.

Beisp. 1. Wie viel c. sind ⅘ $?

Aufl. $\frac{4}{5} \$ = \frac{4 \times 100 \text{ c.}}{5} = 80\text{c.}$

Beisp. 2. Wie viel c. sind 1⅚ $?

Aufl. $1\frac{5}{6} \$ = \frac{11}{6} \$ = \frac{11 \times 100\text{c.}}{6} = 183\frac{1}{3}\text{ c.}$

Beisp. 3. Wie viel m. sind $\frac{3}{4}$ c.?

Aufl. $\frac{3}{4}$ c. $= \frac{3 \times 10 \text{ m.}}{4} = 7\frac{1}{2}$ m.

Beisp. 4. Wie viel m. sind $4\frac{3}{8}$ c.?

Aufl. $4\frac{3}{8}$ c. $= \frac{35}{8}$ c. $= \frac{35 \times 10 \text{m.}}{8} = 43\frac{3}{4}$ m.

Beisp. 5. Wie viel m. sind $\$2.14\frac{2}{3}$?

Aufl. $\$2.14\frac{2}{3} = 214\frac{2}{3}$c. $= \frac{644\text{c.}}{3} = \frac{644 \times 10\text{m.}}{3} = 2146\frac{2}{3}$m.

Beisp. 6. Wie viel c. sind $\frac{2}{5}$ m.?

Aufl. $\frac{2}{5}$ m. $= \frac{3 \text{ c.}}{4 \times 10} = \frac{3}{40}$ c. (§ 3, No. 5.)

Beisp. 7. Wie viel c. sind $3\frac{2}{5}$ m.?

Aufl. $3\frac{2}{5}$ m. $= \frac{17}{5}$ m. $= \frac{17 \text{ c.}}{5 \times 10} = \frac{17}{50}$ c.

Beisp. 8. Wie viel $ sind $6\frac{3}{4}$ m.

Aufl. $6\frac{3}{4}$ m. $= \frac{27}{4}$ m. $= \frac{27\$}{4 \times 1000} = \frac{27\$}{4000}$.

Beisp. 9. Wie viel $ sind 23 c. $5\frac{1}{2}$ m.?

Aufl. 23 c. $5\frac{1}{2}$ m. $= 235\frac{1}{2}$m. $= \frac{1179\text{m.}}{5} = \frac{1179\$}{5 \times 1000} = \frac{1179\$}{5000}$

Beisp. 10. Wie viel $ sind $24\frac{7}{8}$ c.?

Aufl. $24\frac{7}{8}$ c. $= \frac{197\$}{8 \times 100} = 1\frac{97}{800}\$$.

Aufgaben. Wie viel

1.	c. sind $\frac{7}{8}\$$?	2.	c. sind $\frac{4}{5}\$$?	3.	c. sind $3\frac{2}{3}\$$?
4.	c. „ $17\frac{7}{12}\$$?	5.	c. „ $23\frac{11}{16}\$$?	6.	m. „ $\frac{3}{4}$c.?
7.	m. „ $\frac{4}{5}$c.?	8.	m. „ $3\frac{4}{5}$c.?	9.	m. „ $11\frac{1}{2}$?
10.	m. „ $\frac{4}{5}\$$?	11.	m. „ $2\frac{2}{3}\$$?	12.	m. „ $\$3.45\frac{1}{4}$!
13.	m. „ $\$7.39\frac{1}{2}$?	14.	m. „ $\$2.17\frac{1}{2}$?	15.	c. „ $\frac{2}{3}$m.?
16.	c. „ $3\frac{1}{4}$m.?	17.	c. „ $16\frac{2}{3}$m.?	18.	c. „ $9\frac{9}{10}$m.?
19.	$ „ $\frac{1}{5}$m.?	20.	$ „ $3\frac{2}{3}$m.?	21.	$ „ $\$0.40\frac{2}{3}$?
22.	$ „ $\$0.06\frac{1}{4}$?	23.	$ „ $\$0.21\,4\frac{1}{2}$?	24.	$ „ $\$3.15\,5\frac{1}{4}$!

Brüche dieser Art können ebensowohl addirt, subtrahirt, multiplicirt und dividirt werden, wie die gewöhnlichen Brüche. Nur ist bei ersteren gewöhnlich eine Verwandlung vorzunehmen, ehe dieses geschehen kann.

1. Es sollen z. B. addirt werden: $2\frac{3}{4}\$ + 25\frac{3}{8}$ c. $+ 4\frac{1}{2}$ m. in m.

Aufl. $2\frac{3}{4}\$ = \frac{11}{4}\$ = {}^{11}\frac{0}{4}{}^{0}$m. $= 2750$ m.

$+ 25\frac{3}{8}$c. $= {}^{2}\frac{0}{8}{}^{3}$c. $= {}^{2}\frac{0}{8}{}^{3}{}^{0}$m. $= 253\frac{3}{4}$m.

$+ \quad 4\frac{1}{2}$m.

$3007\frac{1}{2}\frac{0}{8}$m. $= \$3.00\ 7\frac{1}{2}\frac{0}{8}$.

2. Von $\frac{7}{12}\$$ sollen $25\frac{3}{4}$c. subtrahirt werden in c.

Aufl. $\frac{7}{12}\$ = {}^{7}\frac{0}{12}{}^{0}$c. $= 58\cdot\frac{1}{3}$ c.

$-25\frac{3}{4}$c. $= 25\ \frac{3}{4}$ c.

$22\frac{7}{12}$c.

3. Wie viel c. sind $\frac{5}{6}$c. multiplicirt mit $3\frac{1}{2}$ m.?

Aufl. $3\frac{1}{2}$m. $= \frac{7}{2}$m. $= \frac{7\text{c.}}{2 \times 10} = \frac{7}{20}$c.; daher $\frac{5}{6} \times 3\frac{1}{2}$m. $= \frac{5}{6}$c. $\times \frac{7}{20} = \frac{7}{24}$c.

4. Wie viel m. sind $\frac{5}{6}$c. multiplicirt mit $3\frac{1}{2}$m.?

Aufl. $\frac{5}{6}$c. $= \frac{5 \times 10\text{m.}}{6} = \frac{5}{6}{}^{0}$m.; daher $\frac{5}{6}$c. $\times 3\frac{1}{2}$m. $= \frac{5}{6}{}^{0}$m.

$\frac{7}{2}$m. $= 29\frac{1}{2}$m.

5. Es sollen $\frac{5}{12}\$$ durch $6\frac{3}{4}$ m. dividirt werden.

Aufl. $\frac{5}{12}\$ = {}^{5}\frac{0}{12}{}^{0}$m. $= 312\frac{1}{2}$m.; daher $\frac{5}{12}\$$ div. d. $6\frac{3}{4}$m. $=$

$6\frac{3}{4}$m. | $312\frac{1}{2}$m.

$\frac{27}{4}$m. | ${}^{0}\frac{2}{2}{}^{5}$m.

4

$\frac{27}{4}$ | ${}^{1}\frac{2}{4}{}^{5}{}^{0}$

27 | $1250 = 46\frac{8}{27}$mal.

Aufgaben.

25. Addire $\frac{7}{16}\$$, $12\frac{3}{4}$c., \$1.62½ und $4\frac{1}{2}$m. in c.
26. „ $1\frac{5}{12}\$$, $44\frac{3}{8}$c., \$2.13¾ u. $16\frac{1}{2}$m. in m.
27. Subtrahire $15\frac{3}{4}$c. von $\frac{5}{8}\$$ in \$.
28. „ $11\frac{1}{2}$m. von $4\frac{3}{4}$c. in c.
29. „ \$0.08 3½ von \$1.11 2¼ in m.
30. Multiplicire $\frac{7}{8}\$$ mit $11\frac{3}{4}$c. in \$.
31. „ \$1.06⅔ mit $4\frac{1}{2}$m. in c.
32. Wie oftmal sind enthalten $2\frac{5}{8}$c. in $\frac{2}{5}\$$?
33. „ „ „ „ $\frac{3}{16}\$$ in $45\frac{3}{4}$c.?
34. „ „ „ „ $13\frac{1}{2}$m. in $16\frac{4}{5}$ c.?

§ 17. Engl. Münz-System. English Money. Th. I. § 25.

Namen:	Pound	Shilling	Penny	Farthing
Zeichen:	£	s.	d.	qr.

Werth: 1£ = 20s. 1s. = 12d. 1d. = 4qr.

£ ist der Anfangsbuchstabe von dem lateinischen Worte: Libra (Pfund). In obigem Sinn bedeutet Pound — 1 lb Sterling im Werth von $4.44 5. Jetzt cursirt 1 £ hier für $ 4.84.

1 Shilling gilt in den östl. Staaten 22c.; in den südl. und westl. 20c.

1 Penny (Mehrzahl Pence) gilt etwa 2 c. nach hiesigem Gelde. Diese sowohl, wie die

Farthings kommen hier nicht im Curse vor. 1 qr. ist werth etwa ½ c.

Tabelle.

	£	s.	d.	qr.	$	c.
1 £ =	1 =	20 =	240 =	960 =	4.84 =	484
1 s. =	$\frac{1}{20}$ =	1 =	12 =	48 =	0 =	22
1 d. =	$\frac{1}{240}$ =	$\frac{1}{12}$ =	1 =	4 =	0 =	2
1 qr. =	$\frac{1}{960}$ =	$\frac{1}{48}$ =	$\frac{1}{4}$ =	1 =	0 =	½

Verwandlungen.

Beisp. 1. Wie viel d. sind $\frac{5}{8}$£?

Aufl. $\frac{5}{8}$ £ = $\frac{5 \times 240\text{d.}}{8}$ = 150d.

Beisp. 2. Wie viel £ sind $2\frac{3}{4}$ qr.?

Aufl. $2\frac{3}{4}$qr. = $\frac{11}{4}$ qr. = $\frac{11£}{4 \times 960}$ = $\frac{11}{3840}$£.

Aufgaben. Wie viel

1. s. sind $\frac{2}{3}$£?
2. s. sind $1\frac{2}{3}$£?
3. s. sind $3\frac{7}{17}$£?
4. d. „ $\frac{5}{6}$s.?
5. d. „ $1\frac{2}{3}$s.?
6. d. „ 2£ $4\frac{4}{5}$s.?
7. d. „ 5£ $9\frac{3}{5}$s.?
8. qr. „ $\frac{3}{4}$d.?
9. qr. „ $2\frac{1}{2}$d.?
10. qr. „ 2s. $3\frac{1}{2}$d.?
11. qr. „ 5s. $\frac{1}{4}$d.?
12. qr. „ $\frac{3}{5}$£?
13. qr. „ $1\frac{1}{5}$£?
14. qr. „ 2£ $1\frac{2}{3}$s.?
15. qr. „ 1£ 5s. $3\frac{1}{2}$d.
16. d. „ $\frac{1}{2}$qr.?
17. d. „ $3\frac{1}{4}$qr.?
18. d. „ $7\frac{2}{5}$qr.?
19. s. „ $1\frac{1}{2}$qr.?
20. s. „ $\frac{3}{4}$d.?
21. s. „ $3\frac{1}{2}$d.?
22. s. „ 2d. $3\frac{1}{4}$qr.?
23. £ „ $\frac{5}{6}$qr.?
24. £ „ $3\frac{1}{2}$qr.?
25. £ „ $\frac{2}{3}$d.?
26. £ „ $4\frac{5}{6}$d.?
27. £ „ 3d. $2\frac{1}{2}$qr.?
28. £ „ $\frac{5}{6}$s.?
29. £ sind 3s. 2d. $1\frac{3}{4}$qr.?
30. £ sind 5s. 5d. $3\frac{1}{2}$qr.?
31. Addire $1\frac{2}{3}$£, $3\frac{1}{2}$s., $2\frac{1}{2}$d., $1\frac{3}{4}$qr. in £
32. „ 3£, $5\frac{3}{4}$s., $17\frac{2}{3}$s., $\frac{7}{8}$£, $5\frac{1}{4}$d., $1\frac{2}{3}$qr. in s.
33. Subtrahire 3s. $2\frac{1}{2}$d. von $\frac{5}{17}$£ in s.
34. „ $5\frac{3}{4}$d. u. $3\frac{1}{2}$qr. von $\frac{7}{8}$s. in d.
35. „ $\frac{2}{5}$£ u. $5\frac{1}{4}$d. von $14\frac{2}{3}$s. in qr.
36. Wie viel £ sind $\frac{3}{4}$£ multiplicirt mit $2\frac{1}{2}$d.?

37. Wie viel s. sind $\frac{1}{8}$ s. multiplicirt mit $3\frac{1}{4}$qr.?
38. Wie oftmal sind enthalten $\frac{1}{4}$£ in $17\frac{3}{4}$s.?
39. „ „ „ „ $2\frac{1}{2}$s. in $\frac{1}{2}$£?
40. „ „ „ „ $5\frac{1}{4}$d. in $2\frac{1}{2}$s.?

§ 18. Die Gewicht-Systeme. Different systems of weight.

In den Ver. St. N. A. sind 3 verschiedene Gewicht-Systeme eingeführt: das Kaufmanns-Gewicht (Avoir dupois); das Juwelier-Gewicht (Troy weight) und das Apotheker-Gewicht (Apothecary weight).

1 Pfund des Kaufmanns-Gewichts ist = dem Gewichte von $27\frac{1}{2}\frac{4}{7}\frac{2}{3}$ oder nahezu $27\frac{7}{10}$ Cubikzoll destillirten Wassers; und = 7000 Grane des Juwelier- und Apotheker-Gewichts.

1 Pfund des Juwelier-Gewichts ist = 1 Pfund des Apotheker-Gewichts; = dem Gewichte von $22\frac{7\,9\,4\,3\,7\,7}{1\,0\,0\,0\,0\,0\,0}$ oder nahezu $22\frac{1}{2}$ Cubikzoll destillirten Wassers; und wird in 5760 Grane getheilt.

Das Wort Pfund (pound) bedeutet: Gewicht; d. i. eine festgestellte Gewichtseinheit. Pfund wird gewöhnlich bezeichnet durch lb; welches liber, Pfund, bedeutet.

Gran (granum, grain) d. i. Korn, ist das leichteste Gewicht das in Anwendung kommt. Früher bediente man sich der Samenkörner, aus der Mitte von Weizenähren, als Gewichte; später führte man statt derselben metallene Plättchen von entsprechendem Gewichte ein, behielt aber auch für sie den Namen: „Grane" bei. Die Anfangsbuchstaben gr. werden als Zeichen für das Wort: Gran gesetzt.

Da bei dem Kaufmannsgewichte keine so sonderliche Genauigkeit von Nöthen ist, so wird dasselbe nicht in Grane, sondern nur in Unzen und Drachmen eingetheilt.

§ 19. Kaufmanns-Gewicht-System. Avoir dupois. Th. I. § 27.

Namen: Ton. Hundred or centweight. Pound. Ounce. Dram.

	Tonne.	Centner.	Pfund	Unze.	Drachme.
Zeichen:	T.	ctw.	lb	oz.	dr.

Werth: 1T.=20ctw. 1ctw.=100lb 1lb=16oz. 1 oz.=16 dr.

Damit das Gewicht des hiesigen Centners mit dem Gewichte des Altenglischen übereinstimme, wurden 112 lb 1 Centner und 28 lb ein Viertelcentner geheißen. Diese Gewichtseintheilung wird

indeß nur noch bei Abwägung des Hanfes und in Zollhäusern, gross-weight, berücksichtigt. Trotzdem ist diese Eintheilung n in den meisten hiesigen Rechenbüchern beibehalten.

Bei dem Kaufmannsgewichte kommen die Ausdrücke: Gros oder Brutto-, Tara- und Netto-Gewicht vor. Unter Gross-G wicht oder Brutto versteht man das Gewicht der Waare sam Einhüllung, (Kiste, Faß, Sack ꝛc.); unter Tara ist das Gewi der Einhüllung gemeint; und mit Netto-Gewicht bezeichnet m das Gewicht der bloßen Waaren oder Güter.

Tabelle.

	T.	ctw.	℔	oz.	dr.
1 T. =	1	20	2000	32000	51200
1 ctw. =	$\frac{1}{20}$	1	100	1600	2560
1 ℔ =	$\frac{1}{2000}$	$\frac{1}{100}$	1	16	25
1 oz. =	$\frac{1}{32000}$	$\frac{1}{1600}$	$\frac{1}{16}$	1	1
1 dr. =	$\frac{1}{51200}$	$\frac{1}{2560}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{16}$	1

Verwandlungen.

Beisp. 1. Wie viel ℔ sind $\frac{2}{3}$ T.?

Aufl. $\frac{2}{3}$ T. $= \frac{2 \times 2000 \text{℔}}{3} = 1333\frac{1}{3}$ ℔.

Beisp. 2. Wie viel dr. sind $1\frac{1}{6}$ ℔?

Aufl. $1\frac{1}{6}$ ℔ $= \frac{7}{6}$ ℔ $= \frac{11 \times 256 \text{dr.}}{6} = 469\frac{1}{3}$ dr.

Beisp. 3. Wie viel ctw. sind $7\frac{3}{4}$ oz.?

Aufl. $7\frac{3}{4}$ oz. $= \frac{31}{4}$ oz. $= \frac{31 \text{ctw.}}{4 \times 1600} = \frac{31 \text{ctw.}}{6400}$.

Beisp. 4. Wie viel T. sind $13\frac{4}{5}$ ℔?

Aufl. $13\frac{4}{5}$ ℔ $= \frac{69}{5}$ ℔ $= \frac{69 \text{T.}}{5 \times 2000} = \frac{69 \text{T.}}{10000}$.

Aufgaben. Wie viel

1. ctw. sind $\frac{4}{5}$ T.? 2. ctw. sind $1\frac{7}{18}$ T.? 3. ℔ sind $\frac{4}{5}$ ctw.?
4. ℔ sind $3\frac{11}{12}$ ctw.? 5. ℔ sind 1 T. $7\frac{3}{5}$ ctw.? 6. oz. sind $\frac{9}{10}$ ℔?
7. oz. sind $3\frac{1}{4}$ ℔? 8. oz. sind 1 ctw. $15\frac{1}{2}$ ℔?
9. oz. sind 1 T. 1 ctw. $27\frac{1}{2}$ ℔? 10. dr. sind $\frac{3}{5}$ oz.?
11. dr. „ $5\frac{1}{4}$ oz.? 12. dr. „ 2 ℔ $11\frac{1}{2}$ oz.?
13. dr. „ 2 ctw. 17 ℔ $8\frac{3}{4}$ oz.? 14. dr. sind 1 T. 1 ctw. 11 ℔ $12\frac{1}{2}$ oz.
15. oz. „ $\frac{3}{5}$ dr.? 16. oz. sind $3\frac{1}{4}$ dr.? 17. oz. sind $7\frac{3}{4}$ dr.?
18. ℔ sind $5\frac{3}{4}$ dr.? 19. ctw. sind $8\frac{1}{2}$ dr.? 20. T. sind $5\frac{3}{4}$ dr.?

21. ℔ sind $2\frac{1}{2}$oz.?
22. ℔ sind $12\frac{3}{4}$oz.?
23. ℔ „ 5oz.$4\frac{1}{2}$dr.?
24. ctw. sind $\frac{3}{4}$℔?
25. ctw. „ $26\frac{2}{3}$℔?
26. ctw. „ 14℔$5\frac{1}{2}$oz.?
27. ctw. „ 25℔7oz.$5\frac{1}{2}$dr.?
28. T. „ $\frac{5}{8}$ctw.?
29. T. „ $3\frac{7}{8}$ctw.?
30. T. „ 5ctw. $17\frac{3}{4}$℔?
31. T. „ 7ctw. 24℔ $5\frac{1}{2}$oz.?
32. T. sind 11ctw. 28℔ 10oz. $6\frac{2}{3}$dr.
33. Addire $1\frac{5}{8}$T., $17\frac{1}{2}$℔ und $8\frac{3}{4}$oz. in ctw.
34. „ $2\frac{1}{2}$ctw. $93\frac{2}{3}$℔ und $6\frac{1}{2}$dr. in ℔
35. „ $4\frac{1}{3}$T. $17\frac{2}{3}$ctw. und $96\frac{1}{4}$℔ in T.
36. Subtrahire $14\frac{4}{5}$ctw. von $1\frac{5}{8}$T. in ctw.
37. „ $93\frac{3}{4}$℔ von $1\frac{2}{3}$ctw. in ℔
38. „ $11\frac{2}{3}$dr. von 1℔ $5\frac{1}{2}$oz. in oz.
39. Wie viel T. sind $1\frac{1}{2}$T. multiplicirt mit $25\frac{1}{2}$ ℔?
40. „ „ ctw. „ $13\frac{2}{3}$ctw. „ „ 7oz.?
41. „ „ ℔ „ $25\frac{3}{4}$℔ „ „ 2oz. $7\frac{1}{2}$dr.?
42. Wie vielmal sind enthalten 3oz. $6\frac{2}{3}$dr. in 1℔?
43. „ „ „ „ $24\frac{3}{4}$℔ in $2\frac{1}{4}$ctw.?
44. „ „ „ „ $6\frac{2}{3}$ctw. in $1\frac{1}{2}$T.?

§ 20. Das Juweliergewicht-System. Troy weight.

Th. I. § 28.

Nach diesem System werden die edeln Metalle (Gold, Silber, Platina) und die Edelsteine gewogen. Ist jedoch von 1ctw. Gold, Silber ꝛc. die Rede, so wird darunter 100℔ avoir dupois verstanden.

Namen:	Pound.	Ounce.	Pennyweight.	Grain.
Zeichen:	℔	oz.	pwt.	gr.

Werth: 1℔=12oz. 1oz.=20pwt. 1pwt.=24gr.

Tabelle.

	℔	oz.	pwt.	gr.
1 ℔ =	1 =	12 =	240 =	5760
1 oz. =	$\frac{1}{12}$ =	1 =	20 =	480
1 pwt. =	$\frac{1}{240}$ =	$\frac{1}{20}$ =	1 =	24
1 gr. =	$\frac{1}{5760}$ =	$\frac{1}{480}$ =	$\frac{1}{24}$ =	1

Verwandlungen.

Beisp. 1. Wie viel pwt. sind 1℔ $10\frac{3}{4}$oz.?

Aufl. 1℔$10\frac{3}{4}$ oz.=$22\frac{3}{4}$oz.=$\frac{91}{4}$oz.=$\frac{91 \times 20\text{pwt.}}{4}$=455pwt.

Beisp. 2. Wie viel gr. sind 1℔ 3oz. $9\frac{1}{2}$pwt.?

Aufl. 1℔3oz.$9\frac{1}{2}$pwt.=$309\frac{1}{2}$pwt.=$^{1\,8\,5\,5}=\frac{1855\times 24\text{gr.}}{6}=$ 7420gr.

Beisp. 3. Wie viel oz. sind $11\frac{1}{4}$gr.?

Aufl. $11\frac{1}{4}$gr.=$^{4\,5}_{4}$gr.=$\frac{45\text{oz.}}{4\times 480}=\frac{3}{32}$oz.

Beisp. 4. Wie viel ℔ sind 2cz. $5\frac{3}{4}$pwt.?

Aufl. 2oz. $5\frac{3}{4}$pwt.=$45\frac{3}{4}$pwt.=$^{1\,8\,3}_{4}$pwt.=$\frac{183\text{℔}}{4\times 240}=\frac{61}{320}$℔

Aufgaben. Wie viel

1. oz. sind $\frac{2}{3}$℔? 2. oz. sind $2\frac{1}{2}$℔? 3. pwt. sind $\frac{5}{6}$oz.?
4. pwt. „ $4\frac{1}{2}$oz.? 5. pwt. „ 1℔$5\frac{7}{32}$oz.? 6. gr. sind $\frac{2}{3}$pwt.?
7. gr. sind $5\frac{1}{2}$pwt.? 8. gr. sind 3oz. $7\frac{1}{2}$pwt.?
9. gr. „ 9oz. $5\frac{2}{3}$pwt.? 10. pwt. „ $4\frac{1}{2}$gr.?
11. oz. „ $7\frac{2}{3}$pwt.? 12. oz. „ 5pwt. $15\frac{1}{2}$gr.?
13. „ „ $17\frac{2}{3}$pwt.? 14. ℔ „ $\frac{5}{6}$oz.?
15. ℔ „ $5\frac{1}{3}$oz.? 16. ℔ „ $10\frac{7}{32}$oz.?
17. ℔ „ 7oz. $5\frac{1}{2}$pwt.? 18. ℔ „ 8oz. 7pwt. $16\frac{1}{2}$gr.?
19. Addire $2\frac{1}{2}$℔, $5\frac{7}{8}$oz. und $13\frac{1}{2}$pwt. in ℔
20. „ $10\frac{5}{6}$oz. $17\frac{2}{3}$gr. und $9\frac{1}{2}$pwt. in oz.
21. Subtrahire $9\frac{5}{6}$oz. von $1\frac{1}{3}$℔ in ℔
22. „ $22\frac{2}{3}$gr. von $2\frac{1}{2}$pwt. in oz.
23. Wie viel pwt. sind $2\frac{2}{3}$oz. multiplicirt mit $15\frac{2}{3}$gr.?
24. „ „ oz. „ $1\frac{1}{2}$℔ „ „ $11\frac{2}{3}$pwt.?
25. Wie vielmal sind enthalten $15\frac{1}{2}$gr. in $3\frac{1}{2}$oz.?
26. „ „ „ „ $12\frac{2}{3}$pwt. in $1\frac{2}{3}$℔?

§ 21. Apothekergewicht-System. Apothecary weight.

Theil I. § 29.

Der Einkauf (en gross) der medicinischen Stoffe, geschieht nach avoir dupois.

Namen:	Pound.	Ounce.	Dram.	Scrupel.	Grain.
Zeichen:	℔	℥	ʒ	℈	gr.

Werth: 1℔=12℥. 1℥=8ʒ. 1ʒ=3℈. 1℈=20gr.

Tabelle.

	℔	℥	ʒ	℈	gr.
1 ℔ =	1 =	12 =	96 =	288 =	5760
1 ℥ =	$\frac{1}{12}$ =	1 =	8 =	24 =	480
1 ʒ =	$\frac{1}{96}$ =	$\frac{1}{8}$ =	1 =	3 =	60
1 ℈ =	$\frac{1}{288}$ =	$\frac{1}{24}$ =	$\frac{1}{3}$ =	1 =	20
1 gr. =	$\frac{1}{5760}$ =	$\frac{1}{480}$ =	$\frac{1}{60}$ =	$\frac{1}{20}$ =	1

Reductionen.

Beisp. 1. Wie viel ʒ sind $1\frac{2}{3}$℔?

Aufl. $1\frac{2}{3}$℔ $= \frac{5}{3}$℔ $= \frac{5 \times 96ʒ}{3} = 160ʒ$.

Beisp. 2. Wie viel gr. sind 5℥ $3\frac{1}{3}$ʒ?

Aufl. 5℥ $3\frac{1}{3}$ʒ $= 43\frac{1}{3}$ʒ $= \frac{130}{3}$ʒ $= \frac{130 \times 60gr.}{3} = 2600gr.$

Beisp. 3. Wie viel ʒ sind $5\frac{3}{4}$gr.?

Aufl. $5\frac{3}{4}$gr. $= \frac{23}{4}$gr. $= \frac{23ʒ}{4 \times 60} = \frac{23}{240}$ʒ.

Beisp. 4. Wie viel ℔ sind 1℥ 3ʒ $2\frac{1}{3}$℈?

Aufl. 1℥ 3ʒ und $2\frac{1}{3}$℈ $= 35\frac{1}{3}$℈ $= \frac{106}{3}$℈ $= \frac{106℔}{3 \times 288} = \frac{53}{432}$℔.

Aufgaben. Wie viel

1. ℥ sind $3\frac{1}{5}$℔?
2. ʒ sind $2\frac{1}{6}$℥?
3. ʒ sind $1\frac{1}{3}$℔?
4. ʒ „ 1℔$5\frac{1}{4}$℥?
5. ℈ „ $3\frac{2}{3}$ʒ?
6. ℈ „ $2\frac{2}{5}$℥?
7. ℈ „ $\frac{3}{8}$℔?
8. ℈ „ 1℔5℥$3\frac{5}{6}$ʒ?
9. gr. „ $2\frac{1}{3}$℈?
10. gr. „ $5\frac{1}{3}$ʒ?
11. gr. „ $7\frac{1}{5}$℥?
12. gr. „ $1\frac{5}{6}$℔?
13. gr. „ 3℥$2\frac{1}{4}$℈?
14. ℈ „ $11\frac{2}{3}$gr.?
15. ʒ „ $2\frac{5}{6}$℈?
16. ʒ „ 1℈$5\frac{1}{2}$gr.?
17. ℥ „ $\frac{3}{4}$ʒ?
18. ℥ „ $\frac{3}{4}$℈?
19. ℥ „ $\frac{3}{4}$gr.?
20. ℥ „ 2ʒ1℈$16\frac{1}{3}$gr.?
21. ℔ „ $3\frac{1}{4}$℥?
22. ℔ „ $5\frac{2}{3}$ʒ?
23. ℔ „ 1℥$1\frac{1}{4}$℈?
24. ℔ „ 5ʒ$16\frac{1}{2}$gr.?
25. Addire $1\frac{1}{5}$℔, $3\frac{1}{4}$ʒ, $2\frac{1}{3}$℈ und $12\frac{1}{2}$gr. in ℥.
26. „ $8\frac{2}{3}$℥, $13\frac{1}{3}$gr., $1\frac{1}{5}$℈ und $5\frac{2}{3}$ʒ in ʒ.
27. Subtrahire $5\frac{3}{4}$ʒ von $2\frac{2}{3}$℥ in ʒ.
28. „ $13\frac{2}{3}$gr. von 1ʒ $2\frac{1}{6}$℈ in ℈.
29. Wie viel ℔ sind $1\frac{5}{8}$℔ multiplicirt mit $3\frac{5}{6}$℥?
30. „ „ ℥ „ $1\frac{5}{8}$℔ „ „ $3\frac{5}{6}$℥?
31. „ „ ʒ „ $2\frac{3}{4}$ʒ „ „ $16\frac{1}{2}$gr.?
32. „ „ gr. „ $2\frac{3}{4}$ʒ „ „ $16\frac{1}{2}$gr.?

33. Wie vielmal sind enthalten $3\frac{1}{2}$ ℥ in $2\frac{1}{4}$ ℥?
34. „ „ „ „ $1\frac{2}{3}$ ℥ in $1\frac{1}{4}$ ℔?
35. „ „ „ „ $15\frac{2}{4}$ gr. in $1\frac{1}{2}$ ʒ?
36. „ „ „ „ $2\frac{1}{2}$ ʒ in 1 ℥ $5\frac{3}{4}$ ʒ?

§ 22. Das Flüssigkeitsmaß-System. Beer and Wine measure.

Theil I. § 30.

Für das Flüssigkeitsmaß-System wurde die brittische Gallon als Grundmaß angenommen, welche 231 Cubikzoll hält. (Die gal. als Fruchtmaß ist größer und hält $268\frac{1}{2}$ Cubikzoll.)

In den meisten engl. Rechenbüchern ist ein Weinmaß-System und Biermaß-System abgehandelt. Diese Eintheilung wird dadurch begründet, daß man unter 1 Barrel Wein $31\frac{1}{2}$gal. und unter 1 Barrel Bier 36gal. begreife; daß ferner 1 Hogshead Wein 63gal. und 1 Hhd. Bier 54gal. bedeute.

Indessen hat diese Eintheilung wenig Werth. Die Begriffe: Brl., Hhd. ꝛc. sind gewissermaßen unbestimmt. In den meisten der Ver. St. N. A. versteht man unter 1 Brl. 32 gal. gleichviel, von welcher Flüssigkeit die Rede sein mag. Bierbarrels ausgenommen (welche beinahe überall 32 gal. enthalten sollen) ist bei den Fässern der Inhalt von gal. immer an der Außenseite bezeichnet. Z. B. 1 brl. Whiskey mit $44\frac{1}{2}$gal., 1 brl. Molasses mit $53\frac{1}{4}$ gal., 1 brl. Wein mit 35 gal. ꝛc.

Sind die Fässer der Art, daß sie gegen 60 gal. und darüber halten, so werden sie Hogsheads genannt. Z. B. 1 Hhd. Molasses mit $68\frac{1}{2}$ gal., 1Hhd. Syrup mit $75\frac{1}{2}$ gal. ꝛc.

Fäßchen, welche von 1 bis etwa 16 gal. halten, werden kegs genannt. Auch bei ihnen ist der Inhalt in gal. ꝛc. immer an der Außenseite verzeichnet. Z. B. 1 keg Wein mit 7gal. 3qt., mit $11\frac{1}{2}$gal., mit $14\frac{1}{2}$gal. ꝛc.

Unter 1 keg Bier versteht man indessen ein festes Maß von 8gal.

1. Das Weinmaß-System (theoretisch.)

4 Gills (gi.)	=1Pint Zeich. pt.	2pt.	=1Quart. Zeichen qt.
4 qt.	=1Gallon Z. gal.	$31\frac{1}{2}$gal.	=1Barrel Z. brl.
42 gal.	=1Tierce Z. tier.	63 „	=1Hogshead Z. hhd.
84 „	=1Puncheon Z. pun.	126 „	=1Pipe od. Butt Z. pi
252 „	=1Ton Z. T.		

2. **Das Biermaß-System** (theoretisch.)

2 pt. = 1 qt.	4 qt. = 1 ga..
32 gal. = 1 brl.	54 gal. = 1 hhd.
108 „ = 1 Butt.	216 „ = 1 Ton.

Aus dem Grunde, daß die Namen: brl., hhd. ꝛc. unbestimmte Begriffe sind, füge ich nur über das Grundmaß (gal.) und dessen weitere Eintheilung, eine eigentliche Tabelle bei.

Tabelle.

1 gal. =	1 gal. =	4 qt. =	8 pt. =	32 gi.
1 qt. =	¼ „ =	1 „ =	2 „ =	8 „
1 pt. =	⅛ „ =	½ „ =	1 „ =	4 „
1 gi. =	$\frac{1}{32}$ „ =	⅛ „ =	¼ „ =	1 „

Reductionen.

Beisp. 1. Wie viel pt. sind $1\frac{5}{6}$gal.?

Aufl. $1\frac{5}{6}$gal. = $\frac{11}{6}$gal. = $\frac{11 \times 8\text{pt.}}{6}$ = $14\frac{2}{3}$pt.

Beisp. 2. Wie viel gal. sind 2qt., 1pt. $3\frac{1}{2}$gi.?

Aufl. 2qt. 1pt. $3\frac{1}{2}$gi. = $23\frac{1}{2}$gi. = $\frac{47}{2}$gi. = $\frac{47\text{gal.}}{2 \times 32}$ = $\frac{47}{64}$gal.

Aufgaben. Wie viel

1. qt. sind $1\frac{5}{8}$gal.? 2. pt. sind $3\frac{3}{4}$qt.? 3. pt. sind $2\frac{1}{2}$gal.?
4. pt. „ 1gal. $1\frac{1}{2}$qt.? 5. gi. „ $1\frac{1}{2}$pt.?
6. gi. „ $2\frac{3}{4}$qt.? 7. gi. sind $1\frac{7}{32}$gal.?
8. gi. „ 1gal. 3qt. $1\frac{1}{2}$pt.? 9. pt. sind $2\frac{1}{2}$gi.?
10. pt. „ $3\frac{1}{2}$gi.? 11. qt. sind $2\frac{1}{2}$gi.? 12. gal. sind $3\frac{3}{4}$gi.?
13. gal. „ 2qt. 1pt. $2\frac{1}{2}$gi.? 14. gal. sind 1qt. $1\frac{1}{2}$pt.?
15. gal. „ $3\frac{1}{4}$qt.? 16. Addire $2\frac{1}{2}$gal. $1\frac{1}{2}$pt. und $2\frac{1}{2}$gi. in gal.
17. Addire $3\frac{1}{2}$qt. $3\frac{1}{2}$gi. und $1\frac{1}{2}$pt. in qt.
18. Subtrahire $3\frac{1}{2}$qt. von $1\frac{5}{8}$gal. in pt.
19. „ $2\frac{1}{2}$gi. von $1\frac{1}{2}$pt. in gi.
20. Wie viel gal. sind $1\frac{3}{5}$gal. multiplicirt mit $1\frac{3}{4}$pt.?
21. „ „ pt. „ $1\frac{1}{3}$gal. „ „ $1\frac{3}{4}$pt.?
22. „ „ qt. „ $2\frac{2}{3}$qt. „ „ $3\frac{1}{3}$gi.?
23. „ „ pt. „ $2\frac{2}{3}$qt. „ „ $3\frac{1}{3}$gi.?
24. „ „ mal „ 3qt. $1\frac{1}{2}$pt. enthalten in $2\frac{2}{3}$gal.?

§ 23. Fruchtmaß-System. Dry measure. Th. I. § 31.

Getreide, Obst, Kohlen, Salz ꝛc. werden mit den, in diesem Systeme abgehandelten Maßen gemessen.

Das Messen von Getreide ꝛc. beschränkt sich jedoch auf den Kleinhandel (retail): im Großen (wholesale) werden sie dem Gewichte nach berechnet.

Die Maßeinheit in diesem Systeme (Grundmaß) ist die britische Bushel, welche 2150$\frac{4}{5}$ Cubikzoll enthält.

Die Dimensionen eines Bushelmaßes sind: 18$\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser bei 8 Zoll Tiefe. Die Bushel wird in 8 gal. getheilt; 1 gal. von diesem Maß-System hält daher $\frac{2150\frac{4}{5}}{8}$ Cubikzoll=268$\frac{4}{5}$ Cubikzoll; während 1 gal. des Flüssigkeitsmaß-Systems blos 231 Cubikzoll hält.

36 Bushel werden 1 Chaldron genannt. Dieses Maß kommt jedoch nur bei Steinkohlen in Anwendung.

Das Gewicht einiger Getreidearten ꝛc. per bush. ist wie folgt:

1 bush. Weizen	=60 lb	1 bush. Roggen	=50 lb
1 „ Hafer	=35 lb	1 „ Kartoffeln	=60 lb
1 „ Welschkorn	=60 lb	1 „ Salz	=50 lb
1 „ Gerste	=48 lb	1 „ Steinkohlen	=80 lb

Es muß jedoch bemerkt werden, daß hinsichtlich dieser Gewichtsangaben keine Gleichförmigkeit herrscht durch alle Staaten der Union.

Tabelle.

Namen: Chaldron. Bushel. Peck. Quart. Pint.
Zeichen: ch. bu. pk. qt. pt.
Werth: 1=36bu. 1bu.=4pk. 1pk.=8qt. 1qt.=2pt.

	ch.	bu.	pk.	qt.	pt.
1 ch. =	1 =	36 =	144 =	1152 =	2304
1 bu. =	$\frac{1}{36}$ =	1 =	4 =	32 =	64
1 pk. =	$\frac{1}{144}$ =	$\frac{1}{4}$ =	1 =	8 =	16
1 qt. =	$\frac{1}{1152}$ =	$\frac{1}{32}$ =	$\frac{1}{8}$ =	1 =	2
1 pt. =	$\frac{1}{2304}$ =	$\frac{1}{64}$ =	$\frac{1}{16}$ =	$\frac{1}{2}$ =	1

Verwandlungen.

Beisp. 1. Wie viel pk. sind $\frac{5}{6}$ch.?

Aufl. $\frac{5}{6}$ch.=$\frac{5 \times 144\text{pk.}}{6}$=120pk.

Beisp. 2. Wie viel bu. sind 5qt. 1$\frac{1}{2}$pt.?

Aufl. 5qt. 1$\frac{1}{2}$pt.=11$\frac{1}{2}$pt.=$\frac{11}{16}$pt.$\frac{35\text{bu.}}{8 \times 64}$=$\frac{35}{1024}$bu.

Aufgaben. Wie viel

1. bu. ſind $\frac{4}{5}$ch.? 2. pk. ſind $1\frac{1}{2}$ch.? 3. qt. ſind $1\frac{7}{10}$ch.?
4. pt. „ $\frac{9}{10}$ch.? 5. pk. „ $1\frac{3}{4}$bu.? 6. qt. „ $3\frac{2}{3}$pk.?
7. pt. „ $1\frac{2}{3}$qt.? 8. ch. „ 3bu. 1pk. $5\frac{1}{4}$qt.?
9. qt. „ $1\frac{3}{4}$pt.? 10. pk. „ $1\frac{1}{2}$pt.? 11. bu. ſind $1\frac{1}{2}$pt.?
12. ch. „ $1\frac{1}{4}$pt.? 13. bu. „ 3qt. $2\frac{1}{2}$pt.?
14. pk. „ 5qt. $1\frac{1}{3}$pt.? 15. ch. ſind $15\frac{3}{4}$bu.?
16. ch. „ 4bu. $3\frac{2}{3}$pk.? 17. ch. „ 3bu. 3pk. $3\frac{1}{4}$qt.?
18. ch. „ 1bu. $2\frac{2}{3}$pt.?
19. Addire $2\frac{1}{4}$ch., $15\frac{3}{4}$bu. und $3\frac{1}{3}$pt. in pk.
20. „ $14\frac{1}{2}$bu. $6\frac{2}{3}$qt. und $3\frac{7}{8}$pk. in bu.
21. Subtrahire $15\frac{3}{4}$bu. von $1\frac{7}{10}$ch. in ch.
22. „ $5\frac{1}{2}$qt. von $1\frac{1}{4}$bu. in pk.
23. Wie viel bu. ſind $11\frac{1}{4}$bu. multiplicirt mit $6\frac{2}{3}$qt.?
24. „ „ qt. „ $11\frac{1}{4}$bu. „ „ $6\frac{2}{3}$qt.?
25. „ „ pk. „ $3\frac{2}{3}$pk. „ „ $1\frac{1}{2}$pt.?
26. „ „ pt. „ $3\frac{2}{3}$pk. „ „ $1\frac{1}{2}$pt.?
27. „ „ mal „ $\frac{5}{10}$ch. enthalten in $23\frac{2}{3}$bu.?
28. „ „ „ „ $23\frac{2}{3}$bu. „ „ $\frac{5}{10}$ch.?
29. „ „ „ „ $3\frac{1}{2}$pk. „ „ $7\frac{1}{2}$qt.?
30. „ „ „ „ $7\frac{1}{2}$qt. „ „ $3\frac{1}{2}$pk.?

§ 24. Längenmaß-Syſteme.

Das Grundmaß (Maßeinheit) für die verſchiedenen Längenmaß-Syſteme in den Ver. St. N. A. iſt die britiſche Yard.

Wenn auf der Sternwarte in Greenwich (England) ein Pendel von ſolcher Länge angebracht wird, daß es genau in jeder Secunde *eine* Schwingung macht und man theilt dieſes Pendel in 391392 = Theile, ſo enthält die Yard genau 360000 ſolcher Theile.

Für das *Tuchmaß-Syſtem* wird die Yard in Halbe, Viertel, Achtel und Sechszehntel (nails) getheilt.

Der Mechaniker, Geometer ꝛc. hat die Yard in 3 Fuße, den Fuß in 12 Zolle und den Zoll wiederum in 16 = Theile (Linien) getheilt.

Zur Ausmeſſung von Ländereien bedienen ſich die Geometer gewöhnlich der Gunter'ſchen Kette (Gunters chain), einer aus ſtarkem Draht verfertigten Kette mit 100 beweglichen Gelenken von gleicher Länge. Die Länge einer ſolchen Kette iſt 66 Fuß.

Neuerdings benutzen die Engineere Ketten von 100 Fuß Länge welche aus 120 = langen (10 Zoll) Gelenken bestehen.

Wir haben demnach 8 Längemaß-Systeme, nämlich:

Das Tuchmaß (Cloth measure); das eigentliche Längemaß (Linear measure) und das Geometermaß (Surveyors measure.)

§ 25. Das Tuchmaß-System. Cloth measure.

Th. I. § 33.

Namen:	Yard.	Quarter.	Nail.
Zeichen:	yd.	qr.	na.
Werth:	1yd.=4qr.	1qr.=4na.	1na.=2¼ Zoll.

	yd.		qr.		na.
1 yd. =	1	=	4	=	16
1 qr. =	¼	=	1	=	4
1 na. =	1/16	=	¼	=	1

1 Englische Elle (E. En.) = 5 qr.
1 Französische Elle (E. Fr.) = 6 qr. und
1 Holländische Elle (E. Fl. = 3 qr.

Da viele Zeuge, Tuch ꝛc. vom Ausland importirt werden, so ist oft nothwendig, solche ausländischen Maße in yd. ꝛc. zu verwandeln und umgekehrt.

Reductionen.

Beisp. 1. Wie viel na. sind ⅝ yd.?

Aufl. $\frac{5}{8}\text{yd.} = \frac{5 \times 16\text{na.}}{6} = 13\frac{1}{3}\text{na.}$

Beisp. 2. Wie viel yd. sind 2¼ na.?

Aufl. $2\frac{1}{4}\text{na.} = \frac{7}{16}\text{na.} = \frac{7\text{yd.}}{3 \times 16} = \frac{7}{48}\text{yd.}$

Beisp. 3. Wie viel E.En. sind 2⅓ yd.?

Aufl. $2\frac{1}{3}\text{yd.} = \frac{2\frac{1}{3} \times 4\text{qr.}}{3\text{qr.}} = \frac{7}{9} \times \frac{4}{5} = \frac{28}{45} = 3\frac{1}{3}\text{E.En.}$

Beisp. 4. Wie viel E.Fr. sind 17¾ E.Fl.?

Aufl. $17\frac{3}{4}\text{E.Fl.} = \frac{17\frac{3}{4} \times 3\text{qr.}}{6\text{qr.}} = \frac{71 \times 3}{4 \times 6} = 8\frac{7}{8}\text{E.Fr.}$

Aufgaben. Wie viel

1. na. sind 1⅝ yd.? 2. na. sind 2½ qr.? 3. qr. sind 3¼ na.?
4. yd. „ 3¼ qr.? 5. yd. „ 2½ na.? 6. yd. „ 3qr. 3¼ na.

7. yd. sind $8\frac{3}{4}$E.Fr.? 8. yd. sind $5\frac{1}{4}$E.Fl.?
9. yd. „ $7\frac{1}{4}$E.En.? 10. E.En. sind $5\frac{2}{3}$yd.?
11. E.En. sind $9\frac{1}{4}$E.Fr.? 12. E.En. „ $8\frac{2}{3}$E.Fl.?
13. E.Fl. „ $11\frac{1}{7}$yd.? 14. E.Fl. „ $13\frac{2}{3}$E.En.?
15. E.Fl. „ $14\frac{1}{2}$E.Fr.? 16. E.Fr. „ 15yd. 9na.?
17. E.Fr. „ 13E.En. 5na.? 18. E.Fr. „ 21E.Fl. 7na..
19. Addire $3\frac{1}{4}$yd. $2\frac{1}{4}$qr. $3\frac{1}{2}$na. in qr.
20. Subtrahire $3\frac{3}{4}$qr. von $1\frac{3}{10}$yd. in yd.
21. Wie viel yd. sind 23yd. $3\frac{1}{2}$qr. multiplicirt mit $1\frac{1}{3}$E.Fl.?
22. „ „ E.En. sind $21\frac{1}{3}$E.Fr. „ „ $1\frac{1}{4}$E.En.?
23. „ „ E.Fr. „ $36\frac{1}{8}$E.En. „ „ $1\frac{1}{3}$E.Fl.?
24. „ „ mal sind $2\frac{2}{3}$yd. enthalten in $13\frac{1}{2}$E.En.?
25. „ „ „ „ $3\frac{1}{3}$yd. „ „ $25\frac{3}{4}$E.Fl.?
26. „ „ „ „ $5\frac{9}{10}$yd. „ „ $20\frac{5}{8}$E.Fr.?

§ 26. Das Längenmaß-System. Long-or Linear-Measure.

Th. I. § 34.

Die Yard wird als Längemaß beinahe nur bei Ausmessung von Gebäuden angewandt. Deßhalb, und weil wir im vorigen § genau damit bekannt wurden, ist sie nicht unter oben genanntes System aufgenommen.

Die Zolle werden nach den meisten Rechenbüchern in je 3 Gerstenkörner (Barley corn) getheilt. Diese Eintheilung kommt aber in der Praxis gar nicht vor. Vielmehr sind auf Maßstäben, womit Ausdehnungen genau gemessen werden sollen, die Zolle in je 16 = Theile (Sechszehntel, Linien) getheilt.

Etliche andere, öfter vorkommende Längenmaße sind:

1. Cubit (Elle) = 18 Zoll. 2. Sacred Cubit (heilige Elle; d. i. das in der h. Schrift gemeinte Ellenmaß = 22 Zoll. 3. Hand (Faust) = 4 Zoll, wonach die Höhe von Pferden ꝛc. bestimmt wird. 4. Fathom (Klafter) = 6 ft., wonach die Tiefe der Gewässer und Bergwerke bezeichnet werden. 5. League (Französische Meile=3 Engl. Meilen.

Namen: Mile Furlong Chain Rod Foot Inch Sixteenth
Meile Furche lang Kette Ruthe Fuß Zoll $\frac{1}{16}$Zoll.
Zeichen: mi. fur. ch. rd. ft. in. sixt.
Werth: 1mi.=8fur. 1fur.=10ch. 1ch.=4rd. 1rd.=$16\frac{1}{2}$ft.
1ft.=12in. 1in.=16sixt.

	mi.	fur.	ch.	rd.	ft.	in.	sixt.
1mi. =	1=	8=	80=	320=	5280=	63360=	101376
1fur. =	$\frac{1}{8}$	1	10	40	660	7920	12672
1ch. =	$\frac{1}{80}$	$\frac{1}{10}$	1	4	66	792	1267
1rd. =	$\frac{1}{320}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{4}$	1	$16\frac{1}{2}$	198	316
1ft. =	$\frac{1}{5280}$	$\frac{1}{660}$	$\frac{1}{66}$	$\frac{2}{33}$	1	12	19
1in. =	$\frac{1}{63360}$	$\frac{1}{7920}$	$\frac{1}{792}$	$\frac{1}{198}$	$\frac{1}{12}$	1	1
1sixt. =	$\frac{1}{101376}$	$\frac{1}{12672}$	$\frac{1}{1267}$	$\frac{1}{316}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{1}$	1

Verwandlungen.

Beisp. 1. Wie viel fur. sind $1\frac{1}{5}$mi.?

Aufl. $1\frac{1}{5}$mi. $= \frac{9}{5}$mi. $= \frac{9 \times 8 \text{fur.}}{5} = 7\frac{2}{5}$fur. $= 14\frac{2}{5}$fur.

Beisp. 2. Wie viel ft. sind $5\frac{1}{2}$rd.?

Aufl. $5\frac{1}{2}$rd. $= \frac{11}{2}$rd. $= \frac{11}{2} \times \frac{33}{2}$ft. $= \frac{363 \text{ft.}}{4} = 90\frac{3}{4}$ft.

Beisp. 3. Wie viel ft. sind 5in. 3sixt.?

Aufl. 5in. 3sixt. $= 83$sixt. $= \frac{83 \text{ft.}}{192}$.

Beisp. 4. Wie viel mi. sind 3ch. $2\frac{1}{2}$rd.?

Aufl. 3ch. $2\frac{1}{2}$ rd. $= 14\frac{1}{2}$rd. $= \frac{29}{2}$rd. $= \frac{29 \text{mi.}}{2 \times 320} = \frac{29}{640}$mi.

Aufgaben. Wie viel

1. ch. sind $3\frac{1}{2}$fur.?
2. fur. sind $1\frac{3}{5}$mi.?
3. rd. „ 2fur. $3\frac{1}{2}$ch.?
4. ft. „ $\frac{2}{3}$rd.?
5. ft. „ 3ch. $2\frac{1}{3}$rd.?
6. in. „ $\frac{3}{8}$rd.?
7. in. „ $3\frac{1}{2}$rd.?
8. in. „ 5ch. $1\frac{1}{2}$rd.?
9. in. „ $5\frac{1}{4}$ft.?
10. in. „ 3rd. $7\frac{1}{2}$ft.?
11. sixt. „ $2\frac{1}{4}$ft.?
12. sixt. „ 2yd. $2\frac{1}{3}$ft.?
13. in. „ $3\frac{1}{2}$sixt.?
14. ft. „ $7\frac{1}{4}$in.?
15. yd. „ $2\frac{1}{3}$ft.?
16. yd. „ 5ft. $6\frac{1}{2}$in.?
17. rd. „ $9\frac{2}{3}$ft.?
18. rd. „ 5ft. $5\frac{3}{4}$in.?
19. ch. „ $2\frac{2}{3}$rd.?
20. ch. „ 14rd. $9\frac{1}{2}$ft.?
21. fur. „ $6\frac{3}{4}$ch.?
22. fur. „ 3ch. $7\frac{3}{4}$ft.?
23. mi. „ $5\frac{1}{8}$ch.?
24. mi. „ 3fur. $4\frac{1}{2}$rd.?
25. Addire $2\frac{1}{3}$mi., $10\frac{1}{2}$ft., $3\frac{1}{4}$fur. und $5\frac{1}{3}$ch. in ch.
26. „ $6\frac{1}{4}$ch., $4\frac{1}{2}$yd., $7\frac{1}{2}$rd., $11\frac{1}{4}$in. in rd.
27. „ $2\frac{2}{3}$yd., $2\frac{2}{3}$ft., $10\frac{1}{4}$in., $14\frac{1}{2}$sixt. in yd.
28. Subtrahire $3\frac{1}{4}$fur. von $1\frac{3}{4}$mi. in mi.

29. Subtrahire $3\frac{3}{4}$rd. von $2\frac{1}{4}$ch. in rd.
30. „ $9\frac{3}{4}$in. von $1\frac{2}{3}$rd. in ft.
31. Wie viel rd. sind $3\frac{3}{4}$rd. multiplicirt mit $5\frac{1}{4}$ft.?
32. „ „ ft. „ $3\frac{3}{4}$rd. „ „ $5\frac{1}{4}$ft.?
33. „ „ fur. „ $2\frac{3}{4}$fur. „ „ $3\frac{1}{4}$ch.?
34. „ „ ch. „ $2\frac{3}{4}$fur. „ „ $3\frac{1}{4}$ch.?
35. „ „ rd. „ $2\frac{1}{4}$ch. „ „ $12\frac{1}{4}$ft.?
36. „ „ mal „ $3\frac{3}{4}$ch. enthalten in $5\frac{3}{4}$fur.?
37. „ „ „ „ $5\frac{3}{4}$fur. „ „ $3\frac{3}{4}$ch.?
38. „ „ „ „ $9\frac{2}{3}$ft. „ „ $5\frac{1}{2}$rd.?
39. „ „ „ „ $5\frac{1}{2}$rd. „ „ $9\frac{2}{3}$ft.?
40. „ „ „ „ $8\frac{2}{3}$in „ „ $12\frac{3}{4}$ft.?

§ 27. Das Geometermaß-System. Surveyors measure.

Th. I. § 35.

Ländereien, Straßen ꝛc. werden gewöhnlich mittelst Gunter's Kette gemessen. Dieselbe besteht aus 100=langen Drath-Gelenken und hat eine Länge von 66 Fuß.

Die in neuerer Zeit häufig angewandte Kette (Engineers chain) ist 100 Fuß lang und besteht aus 120=langen Gelenken.

Wir wollen nun Verwandlungen vornehmen von Ketten und Kettentheilen in Fuße und Zolle und umgekehrt.

I. Gunters' Chain.

	chains.	links.	ft.	in.
1 ch.	1 =	100	66 =	792
1 li.	$\frac{1}{100}$ =	1	$\frac{66}{100}$ =	$\frac{792}{100}=7\frac{92}{100}$
1 ft.	$\frac{1}{66}$ =	$\frac{100}{66}$	1 =	12
1 in.	$\frac{1}{792}$ =	$\frac{100}{792}$	$\frac{1}{12}$ =	1

Verwandlungen.

Beisp. 1. Wie viel ft. sind $2\frac{2}{3}$ch.?

Aufl. $2\frac{2}{3}\text{ch.}=\frac{8}{3}\text{ch.}=\frac{8\times 66\text{ft.}}{3}=176\text{ft.}$

Beisp. 2. Wie viel in. sind $24\frac{1}{2}$links?

Aufl. $24\frac{1}{2}\text{li.}=\frac{49}{2}\text{li.}\frac{49}{2}\times\frac{792}{100}\text{in.}=\frac{19404\text{in.}}{100}=194\frac{4}{100}\text{in.}$

Beisp. 3. Wie viel ch. sind $5\frac{3}{4}$in.?

Aufl. $5\frac{3}{4}\text{in.}=\frac{23}{4}\text{in.}=\frac{23\text{ch.}}{4\times 792}=\frac{23}{3168}\text{ch.}$

Aufgaben. Wie viel

1. ft. sind $3\frac{3}{4}$ch.? 2. ft. sind $24\frac{1}{2}$li.? 3. in. sind $7\frac{1}{2}$li.?
4. in. „ $8\frac{6}{10}$li.? 5. li. „ $8\frac{3}{4}$in.? 6. li. „ $2\frac{1}{2}$ft.?
7. li. „ 3ft.5$\frac{1}{2}$in.? 8. li. „ $16\frac{1}{2}$ft.? 9. ch. „ $23\frac{1}{4}$ft.?
10. ch. „ $49\frac{1}{4}$ft.? 11. ch. „ $8\frac{1}{2}$in.? 12. ch. „ $11\frac{2}{3}$in.?

II. Engineer's Chain.

	ch.	li.	ft.	in.
1 ch. =	1 =	120 =	100 =	1200
1 li. =	$\frac{1}{120}$ =	1 =	$\frac{10}{12}(\frac{5}{6})$ =	$\frac{120}{12}$=10
1 ft. =	$\frac{1}{100}$ =	$\frac{6}{5}(1\frac{1}{5})$ =	1 =	12
1 in. =	$\frac{1}{1200}$ =	$\frac{1}{10}$ =	$\frac{1}{12}$ =	1

Aufgaben. Wie viel

13. ft. sind $3\frac{1}{4}$ch.? 14. ft. sind $22\frac{3}{10}$li.? 15. ft. sind 3ch.18$\frac{1}{2}$li.?
16. in „ $3\frac{2}{3}$li.? 17. ft. u. in. sind 2ch. $33\frac{3}{4}$li.?
18. ch. „ $25\frac{3}{4}$ft.? 19. ch. „ $7\frac{3}{4}$in.? 20. li. sind $9\frac{3}{4}$in.?
21. li. „ 5ft. $6\frac{1}{4}$in.?

§ 28. Flächen- oder Quadratmaß-System. Squaremeasure.

Th. I. § 36.

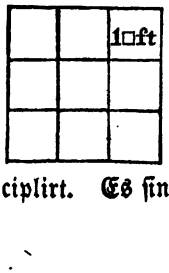
Um Euch dieses System begreiflich zu machen, muß ich einige Erklärungen vorausschicken.

Fig. 4.

Quadrat nennt man irgend eine Figur, deren 4 = lange Seiten je senkrecht auf einander stehen, wie Fig. 4.

Sind die Seiten je 1 Zoll lang, so enthält der eingeschlossene Raum 1 Quadratzoll; sind sie je 1 Fuß lang, so beträgt die Fläche 1 Quadratfuß; bei 1 yard, 1 rd., 1 ch., 1 mi. Länge, erhält man Quadrat yds.—rds.—chs.—und mi's.

Fig. 5.



Da das Wort: „Quadrat" in der Folge sehr oft vorkommen wird, so werde ich mich statt desselben des Zeichens □ bedienen.

Fig. 5 stellt eine □ yd. dar, d. i. ein □ von 3 Fuß Länge und 3 Fuß Breite. Aus der Fig. könnt Ihr ersehen, daß 1 □ yd. in 9 □ ft. zerlegt werden kann. Nun erhält man 9 □ ft., wenn man 3 ft. mit 3 ft. multiciplirt. Es sind aber 3 ft.=der Länge oder Breite obigen □

olglich findet man den Flächeninhalt eines □, wenn man 1 Seite desselben mit sich selbst multiplicirt. So enthält 1□ft. 12×12=144□in.; 1□rd. 16½×16½=272¼□ft.; 1□ch. 66×66=4356□ft. oder auch 4×4=16□rd.; und 1□mi. ist = 80×80=6400□ch.

Rechteck nennt man eine Figur, deren Seiten zwar je senkrecht auf einander stehen, wovon aber nur je die 2 einander gegenüberliegenden = lang sind.

So bildet in Fig. 5 a b c d ein Rechteck; ebenso a b e f.

Der Flächeninhalt des Rechtecks a b c d=3×1=3□ft.; der des Rechtecks a b e f=3×2=6□ft. Man findet demnach den Flächeninhalt eines Rechtecks, wenn man dessen Länge mit dessen Breite oder Höhe multiplicirt.

Wohl zu beachten ist der Unterschied zwischen Ausdrücken, wie: 4□ft. und 4ft. im Quadrat; denn 4□ft. bedeutet 4 einzelne ft. im Quadrat; und 4 ft. im Quadrat meint 4×4=16□ft. So sind 3 □in.=3 einzelnen □in., während 3 in. im □ 3×3=9□in. bedeutet ꝛc.

Tabelle über das Flächenmaß-System.

Namen:	Squaremile. Quadratmeile.	Acre. Acker. (Morgen.)	Sq.-Chain. Quadratkette.	Sq.-rod or Pole. Quadratruthe.	Sq.-foot. Quadratfuß.	Sq.-inch. Quadratzoll.
Zeichen:	□mi.	A.	□ch.	□rd. od. P.	□ft.	□in.
Werth:	1□mi.=640A.	1A.=10□ch.	1□ch.=16P.	1P.=272¼□ft.	1□ft.=144□in.	

	□mi.	A.	□ch.	P.	□ft.
1□mi.=	1=	640=	6400=	102400=	27878400
1A. =	1/640	1	10	160	43560
1□ch.=	1/6400	1/10	1	16	4356
1P. =	1/102400	1/160	1/16	1	272¼
1□ft.=	1/27878400	1/43560	1/4356	1/272¼	1
1□in.=	1/4014489600	1/6272640	1/627264	1/39204	1/144

	□in.
1□mi.=	4014489600
1A. =	6272640
1□ch. =	627264
1P. =	39204
1□ft. =	144
1□in. =	1

Reductionen.

Beisp. 1. Wie viel A. sind $1\frac{5}{8}$□mi.?

Aufl. $1\frac{5}{8}$□mi. = $\frac{13}{8}$□mi. = $\frac{13 \times 640\text{A.}}{8}$ = 1040A.

Beisp. 2. Wie viel □ft. sind $5\frac{3}{4}$P.?

Aufl. $5\frac{3}{4}$P. = $\frac{23}{4}$P. = $\frac{23}{4} \times 272\frac{1}{4}$□ft. = $\frac{23}{4} \times \frac{1089}{4}$□ft. = $\frac{25047}{16}$ = $1565\frac{7}{16}$□ft.

Beisp. 3. Wie viel P. sind $125\frac{1}{2}$□ft.?

Aufl. $125\frac{1}{2}$□ft. = $125\frac{1}{2} \times \frac{4}{160}$P. = $\frac{251}{2} \times \frac{4}{160}$ = $\frac{1004}{320}$P.

Beisp. 4. Wie viel A. sind 3□ch. und $5\frac{1}{4}$P.?

Aufl. 3□ch. u. $5\frac{1}{4}$P. = $53\frac{1}{4}$P. = $\frac{53\frac{1}{4}\text{A.}}{160}$ = $\frac{213\text{A.}}{4 \times 160}$ = $\frac{213}{640}$A.

Aufgaben. Wie viel

1. A. sind $3\frac{5}{6}$□mi.?
2. □ch. sind $5\frac{3}{4}$A.?
3. □ch. sind $1\frac{2}{3}$□mi.?
4. □ch. „ 1□mi. $5\frac{1}{4}$A.?
5. P. sind $5\frac{1}{3}$□ch.?
6. P. sind $7\frac{1}{3}$A.
7. P. „ 1□mi.3□ch.$5\frac{1}{4}$A.?
8. □ft. sind $5\frac{1}{4}$P.?
9. □ft. sind $2\frac{1}{9}$□ch.?
10. □ft. „ $1\frac{7}{8}$A.?
11. □ft. „ $\frac{7}{720}$□mi.?
12. □in. „ $11\frac{3}{4}$□ft.?
13. □in. „ $5\frac{1}{3}$P.?
14. □in. „ 1A.$7\frac{2}{3}$□ch.?
15. □in. „ $\frac{3}{1000}$□mi.?
16. □ft. „ $25\frac{3}{4}$□in.?
17. □ft. „ $109\frac{2}{3}$□in.?
18. P. sind $25\frac{3}{4}$□ft.?
19. P. sind 103□ft.u.$21\frac{1}{3}$□in.?
20. □ch. sind $7\frac{1}{3}$P.?
21. □ch. sind $55\frac{2}{3}$□ft.?
22. □ch. „ $104\frac{1}{2}$□in.?
23. A. sind $6\frac{1}{3}$□ch.?
24. A. sind $9\frac{3}{4}$P.?
25. A. „ $95\frac{3}{4}$□ft.?
26. A. „ $99\frac{1}{3}$□in.?
27. □mi. sind $207\frac{7}{8}$A.?
28. □mi. sind 55A.$4\frac{1}{2}$□ch.?
29. □mi. „ 6□ch.$6\frac{1}{3}$P.?
30. □mi. „ 13P.$88\frac{1}{2}$□ft.?
31. Addire $1\frac{2}{3}$□mi. $5\frac{1}{4}$□ch. und $7\frac{1}{2}$P. in □ch.
32. „ $9\frac{1}{3}$P. $103\frac{1}{2}$□ft. und $88\frac{1}{2}$□in. in □ft.
33. Subtrahire $7\frac{1}{4}$□ch. von $1\frac{3}{8}$A. in P.
34. „ $102\frac{1}{2}$□ft. von $5\frac{1}{4}$P. in □ft.
35. Wie viel P. sind $3\frac{1}{3}$P. multiplicirt mit $26\frac{1}{2}$□ft.?
36. „ „ □ft. sind $3\frac{1}{3}$P. „ „ $26\frac{1}{2}$□ft.?
37. „ „ □ch. „ $4\frac{3}{4}$□ch. „ „ $5\frac{2}{3}$P.?
38. „ „ P. sind $4\frac{3}{4}$□ch. „ „ $5\frac{2}{3}$P.?
39. Wie viel mal sind $88\frac{1}{4}$□ft. enthalten in $3\frac{1}{4}$P.?
40. „ „ „ „ $3\frac{1}{4}$P. „ „ $88\frac{1}{4}$□ft.?
41. „ „ „ „ $33\frac{2}{3}$P. „ „ $2\frac{1}{8}$A.?

§ 29. Körper- oder Cubikmaß-System. Cubic measure.

Th. I. § 37.

Bei dem Längenmaße kommt eine Ausdehnung in Betracht: nämlich die Länge; bei dem Flächenmaße kommen zwei Ausdehnungen in Betracht: nämlich Länge und Breite; und bei dem Cubikmaße kommen drei Ausdehnungen in Betracht: nämlich Länge, Breite und Dicke (Höhe, Tiefe.)

Denkt Euch einen Körper, der eben so lang als breit und hoch ist, und dessen sämmtliche Flächen je senkrecht auf einander stehen; so habt Ihr einen Cubus oder Würfel. Die Spielwürfel (dice) sind gewöhnlich dieser Art.

Ein solcher Cubus hat 6=große □ zu seiner Oberfläche.

Sind die Ausdehnungen eines cubischen Körpers=1in., so ist dessen körperliches Maß=1 Cubikzoll; sind die Ausdehnungen=1ft., 1yd., 1ch., 1mi. so erhält man 1 Cubikfuß, 1 Cubikyard, 1 Cubikkette und 1 Cubikmeile.

Der Inhalt kleinerer Körper wird gewöhnlich nach Cubikzollen und Cubikfußen bestimmt; für Erdarbeiten, Mauern ꝛc. wird gewöhnlich die Cubikyard als Einheit angenommen; und bei den Himmelskörpern wird die Cubikmeile zum Maßstab genommen.

Denkt Euch einen Würfel, dessen Ausdehnungen 4in. sind, so ist dessen Grundfläche=4×4=16□in. Schneidet Ihr nun eine Schichte, 1in. dick, von diesem Würfel ab, so enthält diese Schichte 16×1=16 Cubikzoll; macht Ihr diese Schichte 2in. dick, so enthält sie 16×2=32 Cubikzolle; ist die Schichte 3in. dick, so mißt sie 16×3=48 Cubikzolle; und der ganze Würfel enthält 16×4=64 Cubikzolle. (4×4×4=64.)

Hieraus folgt zweierlei: nämlich

1. Der Cubikinhalt irgend eines Körpers (dessen entsprechende Seiten einander parallel sind) wird gefunden, wenn man dessen Grundfläche mit seiner Dicke, (Höhe, Tiefe) multiplicirt; oder wenn man Länge, Breite und Höhe desselben miteinander multiplicirt.
2. Den Cubikinhalt eines Würfels (Cubus) erhält man, wenn man eine Ausdehnung desselben 2mal mit sich selbst multiplicirt.

So enthält 1 Cubikyard 3×3×3=27 Cubikfuß; 1 Cubikfuß mißt 12×12×12=1728 Cubikzoll; 1 Cubikkette 4×4×4

=64 Cubikruthen; 1 Cubikmeile 80×80×80=512000 Cubikketten ꝛc.

So mißt ferner ein nicht cubischer Körper von 6ft. Länge 2½ft. Breite und 3ft. Dicke: 6×2½×3=45 Cubikfuß; ein Grube mit 13yd. Länge, 10yd. Breite und 5½yd. Tiefe: 13×10×5½=715 Cubikyard ꝛc.

Tabelle.

Namen:	Zeichen:	Werth in Cft.	in Cin.
Cubikmeile.	Cmi. =	147197952000 =	253358061056000
Cubikyard.	Cyd. =	27 =	46656
Cubikfuß.	Cft. =	1 =	1728
Klafter (Cord)	Crd. =	128 =	221184

Verwandlungen.

Beisp. 1. Wie viele Cft. sind 1⅓Cyd.?

Aufl. $1\frac{1}{3}\text{Cyd.} = \frac{1}{6}\text{Cyd.} = \frac{11\times 27\text{Cft.}}{6} = \frac{99}{2}\text{Cft.} = 49\frac{1}{2}\text{Cft.}$

Beisp. 2. Wie viel Cft. sind 24⅔Cin.?

Aufl. $24\frac{2}{3}\text{Cin.} = \frac{74}{3}\text{Cin.} = \frac{74\text{Cft.}}{3\times 1728} = \frac{37}{2592}\text{Cft.} = \frac{37}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3}\text{Cft.}$

Aufgaben. Wie viel

1. Cft. sind ⅝Cyd.?
2. Cft. sind 4⅔Cyd.?
3. Cft. „ 12⅔Cyd.?
4. Cft. „ ⅘Crd.?
5. Cft. „ 3¾Crd.?
6. Cin. „ 3¾Cft.?
7. Cin. „ ⅞Cyd.?
8. Cin. „ 1½Cyd.?
9. Cft. „ 15½Cin.?
10. Cft. „ 35¾Cin.?
11. Cyd. „ ⅔Cft.?
12. Cyd. „ 4⅚Cft.?
13. Cyd. „ 133½Cin.?
14. Cyd. „ ⅔Crd.
15. Cyd. „ 4⅔Crd..
16. Cyd. „ 5Crd.12¾Cft.?
17. Cyd. „ 1/11Cmi.?
18. Cyd. „ 5/11Cch.?
19. Cyd. „ 3⅔Crd.?
20. Cyd. „ 5⅛C.rods?
21. Cmi. „ 44⅔Cch.?
22. Cmi. „ 104½Crd.?
23. Cmi. „ 25¾C.rods?
24. Cmi. „ 555⅔Cft.?
25. Addire 24¾Cyd. und 5½Cft. in Cyd.
26. Subtrahire 233¾Cin. von 1⅔Cft. in Cft.
27. Wie viel Cft. sind 13⅔Cft. multiplicirt mit 2¼Cyd.?
28. „ „ Cyd. „ 13⅔Cft. „ „ 2¼Cyd.?
29. „ „ mal „ 32¾Cft. enthalten in 5¾Crd.?
30. „ „ „ „ 5¾Crd. „ „ 32¾Cft.?

§ 30. Zeitmaß-System. Time.

Eine einmalige Umlaufszeit der Erde um sich selbst, wird 1 Tag genannt. Dieser Zeitraum wird in 24=Theile getheilt, welche Stunden heißen. Die Stunden sind in je 60=Theile —Minuten; die Minuten wieder in je 60=Theile—Sekunden; und diese abermals in 60=Theile—Tertien, getheilt.

Ein Zeitraum von 7 Tagen wird 1 Woche genannt; und 30 Tage werden bei Zinsrechnungen ꝛc. als 1 Monat angenommen.

Eine einmalige Umlaufszeit der Erde um die Sonne wird 1 Sonnenjahr genannt. Es umfaßt 365 Tage, 5 Stunden, 48 Minuten und 48 Sekunden.

Unter 1 bürgerlichen Jahre versteht man einen Zeitraum von 365 oder 366 Tagen. 365 Tage machen ein gewöhnliches oder gemeines und 366 Tage ein Schaltjahr. Ein Schaltjahr kehrt alle 4 Jahre wieder und zwar ist es immer dasjenige Jahr, dessen Jahreszahl sich durch 4 dividiren läßt, ohne einen Rest zu lassen. Bleibt ein Rest von 1, 2 oder 3: so ist das Jahr das 1te, 2te oder 3te Jahr nach einem Schaltjahr.

Bei der Division der Jahreszahl 1857 durch 4, bleibt 1 als Rest; folglich ist das Jahr 1857 das 1te Jahr nach einem Schaltjahre. 1856 war das nächstvorhergehende und 1860 wird das nächste Schaltjahr sein.

Da 4mal 5 Stunden, 48 Minuten, 48 Secunden keinen ganzen Tag ergeben, so darf man nicht für jedes 4te Jahr einen Schalttag einräumen. Dieser Unterschied wird dadurch ausgeglichen, daß man in je 400 Jahren 3 Schalttage ausläßt. Man hat dazu die Jahre bestimmt, mit welchen die Jahrhunderte sich endigen. So sollten die Jahre: 100, 200, 300; 500, 600, 700 ꝛc. Schaltjahre sein, wurden aber als gemeine Jahre angenommen und nur die Jahre 400, 800, 1200, 1600, 2000 ꝛc. als Schaltjahre belassen.

Das Jahr wird in 12 Monate getheilt, welche aber nicht = viele Tage zählen.

Januar	hat 31	Tage	Februar	hat 28	Tage in einem
März	„ 31	„			Schaltjahr aber 29.
April	„ 30	„	Mai	hat 31	Tage
Juni	„ 30	„	Juli	„ 31	„
August	„ 31	„	September	„ 30	„
October	„ 31	„	November	„ 30	„
December	„ 31	„			

Unsere Zeitrechnung beginnt mit der Geburt Christi. Vom Tage der Geburt desselben schrieb man die Jahreszahl 1. Da war indessen noch kein Jahr verflossen, sondern erst, als man die Jahreszahl 2 schrieb. Wir schreiben jetzt 1858; allein es sind erst 1857 Jahre verflossen. Am 4ten Juli 1858 waren 1857 Jahre 6 Monate und 3 Tage der Zeitrechnung abgelaufen. Am 11ten November 1786 waren 1785 Jahre 10 Monate und 10 Tage verflossen.

Die (Zeit) Tage nehmen ihren Anfang um Mitternacht und währen bis zu der nächsten Mitternacht. Mittag 12 Uhr ist die Mitte des Tages. Um 8 Uhr Vormittags sind 8 Stunden des Tages dahin; um 9 Uhr Abends sind 12+9=21 Stunden des Tages verflossen.

Lesen wir: 1814 den 18ten October Nachmittags 5 U., so sind 1813 Jahre, 9 Monate, 17 Tage und 17 Std. unserer Zeitrechnung abgelaufen; und schreiben wir: 1811 den 11ten Nov. Abends 9 U. 43 Min., so sind 1810 J. 10 Monate, 10 T., 21 Std. und 43 Min. dahin.

In Th. I § 38 finden sich viele Beisp. und Aufgaben, um das oben Gesagte gehörig einzuüben. Ich begnüge mich daher, hier nur 1 Beisp. mit etlichen Aufgaben darüber beizusetzen, wie der Unterschied zweier Zeitpunkte zu ermitteln sei.

Beisp. N. N. wurde geboren den 22ten November 1822, Morgens 9 Uhr 30 Minuten und starb den 14ten April Abends 11 U. 24 M. 30 Sekunden im Jahre 1853. Wie alt wurde er:

Aufl. Gestorben: 1852 J. 3 Mt. 13 T. 23 St. 24 M. 30 S.
Geboren: 1821 „ 10 „ 21 „ 9 „ 30 „
Alter: 30 „ 4 „ 23 „ 13 „ 54 „ 30 „

Aufgaben. Was ist der Unterschied zwischen

1. Jan. 13, Morgens 3 Uhr 25 M. 36 S. vom J. 1800 und Dec. 16, Abends 7 Uhr 45 M. 48 S. des J. 1822?
2. Juni 15, Vormittags 10 Uhr 20 M. 20 S. vom J. 1800 und Octob. 23, Mittags 12 Uhr 45 M. 10 S. des J. 1857?
3. Juli 26, Nachmittags 3 Uhr 15 M. 15 S. vom J. 1774 und Sept. 19, Abends 11 Uhr 44 M. 30 S. vom J. 1850?

Tabelle über das Zeitmaß-System.

Anm. 1. Da weder Jahre noch Monate von gleicher Dauer sind, so lassen sich nur Tage, Stunden, Minuten und Secunden (als unveränderlich) tabellarisch darstellen.

2. Ist von 1 Jahr die Rede und nicht Schalt- oder Sonnen- beigefügt, so ist ein Zeitraum von 365 Tagen gemeint.

	T.	St.	M.	S.
1 T. =	1 =	24 =	1440 =	86400
1 St. =	$\frac{1}{24}$ =	1 =	60 =	3600
1 M. =	$\frac{1}{1440}$ =	$\frac{1}{60}$ =	1 =	60
1 S. =	$\frac{1}{86400}$ =	$\frac{1}{3600}$ =	$\frac{1}{60}$ =	1

Verwandlungen.

Beisp. 1. Wie viel M. sind $1\frac{3}{8}$T.?

Aufl. $1\frac{3}{8}\text{T.} = \frac{11}{8}\text{T.} = \frac{11 \times 1440\text{M.}}{8} = 1980\text{M.}$

Beisp. 2. Wie viel T. sind $24\frac{7}{3}$S.?

Aufl. $24\frac{7}{3}\text{S.} = \frac{74}{3}\text{S.} = \frac{74\text{T.}}{3 \times 86400} = \frac{37}{129600}\text{T.}$

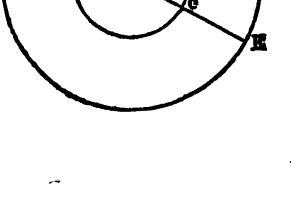
Aufgaben. Wie viel

4. St. sind $3\frac{4}{5}$T.?
5. M. sind $1\frac{3}{10}$T.?
6. M. sind $6\frac{2}{3}$St.?
7. M. „ 4T. $14\frac{2}{4}$St.
8. S. „ $24\frac{1}{4}$M.?
9. S. „ $2\frac{7}{12}$St.?
10. S. sind $2\frac{11}{16}$T.?
11. S. „ 1T. 3St. $22\frac{2}{5}$M.
12. T. sind $9\frac{2}{3}$St.?
13. T. „ $36\frac{2}{7}$M.?
14. T. „ $25\frac{1}{2}$S.?
15. St. „ $44\frac{1}{2}$M.?
16. St. „ $33\frac{1}{4}$S.?
17. M. „ $36\frac{5}{6}$S.?
18. T. „ 7St. 48M. $45\frac{3}{4}$S.?
19. Addire $3\frac{4}{5}$T. $7\frac{3}{4}$St. und $25\frac{1}{2}$M. in St.
20. Subtrahire 5St. $44\frac{2}{3}$M. von $1\frac{7}{10}$T. in T.
21. Wie viel T. sind $2\frac{4}{7}$T. multiplicirt mit $10\frac{3}{4}$St.?
22. „ „ St. „ $2\frac{4}{7}$T. „ „ $10\frac{3}{4}$St.?
23. „ „ mal „ $2\frac{4}{7}$T. enthalten in $10\frac{3}{4}$St.?
24. „ „ „ „ $10\frac{3}{4}$St. „ „ $2\frac{4}{7}$T.?

§ 31. Kreismaß. Circular measure. Th. I. § 39.

Um Euch das Kreismaß-System deutlich zu machen, will ich mich der Fig. 6 bedienen, und etliche Erklärungen daran knüpfen. Fig. 6 enthält 2 Kreise: einen größern A B D E und einen kleinern a b d e. Die Abschnitte A B und a b sind Viertelkreise oder Quadranten. Die Abschnitte B D und b d sind Sechstelkreise oder Sextanten; und die Abschnitte A E u. a e sind Zwölftelkreise oder Zeichen (Signs).

Fig. 6.



Ein ganzer Kreis wird ferner in 360=Theile getheilt; jeder solcher Theile wird ein Grad (degree) genannt.

Es kommen demnach auf 1 Quadranten $\frac{360°}{4}$=90 Grade;
„ 1 Sextanten $\frac{360°}{6}$=60 „
„ 1 Zeichen $\frac{360°}{12}$=30 „

Die Grade werden weiter in je 60=Theile getheilt, welche Minuten heißen; und die Minuten werden abermals in je 60=Theile getheilt, welche Secunden genannt werden.

Die Quadranten, Sextanten, Zeichen, Grade, Minuten und Sekunden der Kreise sind keine bestimmten Längenmaße, wie Meilen, Ketten, Ruthen, Fuße ꝛc. Ihre Größe richtet sich nach der Größe des zu messenden Kreises.

So sind z. B. in Fig. 6 die Grade ꝛc. des äußeren Kreises ABDE bedeutend größer, als die Grade ꝛc. des innern Kreises abde.

Denken wir uns Kreise um die Mitte der Erde, Sonne und des Mondes gezogen, so werden die Grade ꝛc. des Erdkreises größer sein, als die Grade ꝛc. des Mondkreises und kleiner, als die des Sonnenkreises.

1° des Erdäquators mißt ungefähr 69½ engl. Meilen;
1° „ Mond- „ „ „ 19 „ „ ; und
1° „ Sonnen. „ „ „ 7677 „ „

Tabelle.

Namen:	Circle. Kreis.	Sign. Zeichen.	Degree. Grad.	Minute.	Second. Sekunde.
Zeichen:	c.	s.	°	′	″
Werth:	1c.=12s.	1s.=30°	1°=60′	1′=60″	
	c.	s.	°	′	″
1c.=	1 =	12 =	360 =	21600 =	1296000
1s.=	$\frac{1}{12}$ =	1 =	30 =	1800 =	108000
1°=	$\frac{1}{360}$ =	$\frac{1}{30}$ =	1 =	60 =	3600
1′ =	$\frac{1}{21600}$ =	$\frac{1}{1800}$ =	$\frac{1}{60}$ =	1 =	60
1″ =	$\frac{1}{1296000}$ =	$\frac{1}{108000}$ =	$\frac{1}{3600}$ =	$\frac{1}{60}$ =	1

Reductionen.

Beisp. 1. Wie viel ″ sind $\frac{3}{64}$°?

Aufl. $\frac{3}{64}° = \frac{3 \times 3600''}{64} = {}^{\circ}\frac{7}{4}{}^{'} = 168\frac{3}{4}''$

Beisp. 2. Wie viel c. sind $24\frac{3}{4}''$?

Aufl. $24\frac{3}{4}'' = {}^{\circ}\frac{99}{4} = \frac{99°}{4 \times 1296000} = \frac{11}{5760000}$c.

1. s. sind $\frac{4}{7}$c.? 2. ° sind $\frac{3}{8}$c.? 3. ′ sind $\frac{11}{12}$c.?
4. ″ „ $\frac{3}{12}\frac{5}{8}$c.? 5. c. „ $\frac{7}{8}$s.? 6. ° „ $\frac{9}{10}$s.?
7. ′ „ $\frac{1}{24}\frac{3}{4}$s.? 8. ″ „ $\frac{3}{6}\frac{1}{4}$s.? 9. c. „ $13\frac{3}{4}$°?
10. s. „ $8\frac{5}{12}$°? 11. ′ „ $24\frac{1}{2}$°? 12. c. „ $45\frac{2}{3}$″?
13. s. „ $36\frac{1}{2}$″? 14. ° „ $30\frac{2}{3}$″? 15. ′ „ $8\frac{4}{6}$″?
16. Addire $5\frac{1}{4}$s. $17\frac{3}{4}$° und $25\frac{1}{2}$′ in °
17. Subtrahire $14\frac{5}{8}$° von $2\frac{1}{2}$s. in °
18. „ $48\frac{3}{4}$″ von $11\frac{2}{3}$′ in °
19. Wie viel ° sind $5\frac{5}{6}$° multiplicirt mit $42\frac{1}{3}$′?
20. „ „ ′ „ $5\frac{5}{6}$° „ „ $42\frac{1}{3}$′?
21. „ „ mal sind $24\frac{2}{3}$′ enthalten in $3\frac{5}{6}$°?
22. „ „ „ „ $3\frac{5}{6}$° „ „ $24\frac{2}{3}$′?
23. „ „ „ „ $36\frac{3}{4}$″ „ „ $3\frac{1}{2}$′?
24. „ „ „ „ $3\frac{1}{2}$′ „ „ $36\frac{3}{4}$″?

§ 32. Die Benennung einiger Gegenstände,

welche keine eigentlichen Systeme bilden, aber dem Rechner doch öfter vorkommen, füge ich hier bei, wie sie in Th. I., § 41 gegeben sind.

12 Einheiten (Gegenstände)	= 1	Dutzend. Dozen.
12 Dutzend	= 1	Groß. Gross.
12 Groß	= 1	großes Groß. Great Gross.
20 Einheiten (Gegenstände)	= 1	Score. Score.
24 Bogen Papier	= 1	Buch. Quire.
20 Buch	= 1	Ries. Ream.
56 ℔ Butter	= 1	Firken. Firkin.
196 ℔ Mehl	= 1	Faß. Barrel.
200 ℔ Fleisch (Pork or beef)	= 1	„ „
14 ℔ Blei oder Eisen	= 1	Stein. Stone.
$21\frac{1}{2}$ Stein (301 ℔)	= 1	Pig. Pig.
8 Pigs (2408 ℔)	= 1	Fuder. Fother.

Bücher in Bezug auf Format:

1 Bogen, gefaltet in 2 Blätter, ist genannt Folio.

1	„	„	„ 4	„	„	„	Quarto 4to
1	„	„	„ 8	„	„	„	Octavo 8vo
1	„	„	„ 12	„	„	„	Duo decimo 12mo
1	„	„	„ 18	„	„	„	Octo decimo 18mo
1	„	„	„ 24	„	„	„	24mo

§ 33. Praktische Aufgaben über § § 16—32.

1. A. kaufte 125½ bu. Weizen à 87½c. per bu.; 236¾ bu. à 78⅜c. per bu. und 318⅜ bu. à 82¼c. per bu. Hievon verkaufte er ⅓ à $1.12½ per bu. ¼ à $1.18¾ per bu. und den Rest à $1.25 per bu. Wie viel verdiente er bei diesem Handel?
2. A. kaufte 16¾ acre Land für die Summe von $504.50; ein Stück mit 40⅝ acres für $875.00 und 1 Stück von 79$\frac{1}{11}$ acre für 1500 $. Nun verkaufte er ⅖ von seinem gesammten Grundeigenthum à $44.50 per acre und das letzte Viertel à 55 $ per acre: wie viel verdiente er hiebei?
3. A. kaufte 75½ bu. Korn à 18¾c. per bu.; 144⅔ bu. à 19½c. per bu. und 212½ bu. à 20¾c. per bu. Wie hoch kam ihn die bu. im Durchschnitt?
4. A. kaufte 11¾ Cord Holz für $54.75; 23⅝ Cord für $108.50 und 32$\frac{1}{11}$ Cord für $145.00: wie hoch kam das Cord im Durchschnitt?
5. A. hatte ein Kapital von $1224.50; innerhalb 6 Monaten gewann er damit ⅝ seines Kapitals; durch dieses vermehrte Kapital gewann er in weiteren 6 Monaten $\frac{5}{12}$ des vermehrten Kapitals: wie viel Vermögen besaß er am Ende des Jahres?
6. A. verkaufte folgende Gegenstände: 245½ ℔ Kaffe à ⅛$ per ℔; 185 ℔ Zucker à 5¼c. per ℔ und 31¾ gal. Molasses à ⅝ $ per gal.: was war seine Einnahme?
7. A. hat ein Stück Silber im Werth von 18¾ $: wie viel Silberstücke können daraus angefertigt werden zum Werth von 18¾c.?
8. A. hat $4.40 und will dafür kleine Spielwaaren kaufen, wovon ihn jedes Stück 5c. und 5 mills kostet: wie viele Stücke wird er erhalten?
9. 1 Dutzend Stecknadeln (pins) kostet 3⅔ mills: wie viele Dutzend wird man erlangen können für $4\frac{2}{17}$ $?
10. 8 Dutzend Knöpfe kosten 44c. 4 mills: wie viele Dutzend wird man erlangen für $35.29.8?
11. A. verdient täglich $\frac{5}{16}$ £; sein ältester Sohn 3¾ s. und sein jüngster 8¼ d.: Wie viel £, s. und d. verdienen sie zusammen in 1 Woche (6 Tage)?
12. A. verdient täglich $\frac{5}{12}$ £; B. 2¼s.; C. 10½d. und D. 6d. 2qr., ihre Ausgaben belaufen sich jede Woche auf 2 £ 5s. 4½d. Wie viel werden sie in 6 Wochen zusammen erübrigen?

13. Das Vermögen des A. beträgt 508£, 11s., 5d. und 3qr; das des B. beträgt 3¼mal so viel: wie viel besitzt dieser?

14. A. verwendet 635£, 9s. und 4½d. zu einem Geschäft; am Schlusse des ersten Jahres besitzt er 1⅓mal so viel, als seine Einlage betrug: wie viel besitzt er dann?

15. A. hinterläßt 1206£, 10s., 8½d. Sein ältester Sohn erhält hievon ⅓; sein 2ter ⅓; sein 3ter ¼ und sein jüngster den Rest: wie viel erhält jeder?

16. A. B. C. und D. legen folgende Summen zusammen: A. 425 £, 9s. 11d, 3qr.; B. 388£, 15s. 8d. 1qr.; C. ⅖ von dem was A. und B. zusammen einlegten und D. die Hälfte von dem, was diese 3 zusammen einlegten. Von der Gesammteinlage bezahlen sie eine Schuld von 218£ 8s. 8d. und 2qr.; mit dem übrigen Kapital gewinnen sie 2½mal so viel, als sie zusammen einlegten: wie viel hatten sie nun Geld beisammen?

17. A. B. C. und D. haben ein Geschäft in Co. Die Einlage des A. beträgt 105£ 7s. 9d.; die des B. 214£ 1s. 4d.; des C. 150£ 3s. und die des D. 175£ 8d. Von dieser Summe legen sie aus 24£ 6s. und 6d. Den Rest betrieben sie und gewannen in 3 Jahren 1¼mal so viel, als sie einlegten. Nun vertheilen sie Kapital und Gewinn so, daß A. ⅓, B. ⅓, C. ¼ und D. den Rest davon erhalten: wie viel erhält jeder?

18. A. besitzt ein Vermögen von 308£ 14s. 4d. 2qr. Wie viel acres Land kann er dafür kaufen, den acre zu 34£ 6s. 2qr. gerechnet?

19. Das Vermögen des A. beläuft sich auf 1290£ 4s. den acre Land zu 13£ 8s. 9d. 2qr. gerechnet: kann er wie viele acres erlangen?

20. 1 ℔ Blei kostet 1d. 2¼qr., wie viel ℔ konnte A. kaufen für 23⅝ £?

21. 1 Cubikfuß Eisen wiegt 486¾¼℔; 1 Cubikfuß Kupfer 523℔ 15½oz. und 1 Cubikfuß Blei 711 ℔ 1½oz.: wie viel ℔ wiegen 7 Cubikf. Eisen, 6 Cubf. Kupfer und 5 Cubf. Blei zusammen?

22. 1 Cubikfuß destillirten Wassers wiegt 62 ℔ 6oz.: wie schwer ist eine gal. (Flüssigkeitsmaß) dest. Wassers, zu $\frac{2}{7}\frac{3}{7}\frac{1}{1}$ Cubf. gerechnet?

23. Was ist 3mal der 5te Theil von 1 T. 11ctw. 38℔ 9oz. und 10dr. in ℔ ausgedrückt?
24. Was ist der Unterschied zwischen 2mal dem 3ten Theil von 45 ℔ 7oz. 12dr. und 5mal dem 6ten Theil von 53℔ 8oz. 4dr. in oz. ausgedrückt?
25. Was ist der Unterschied zwischen 7mal dem 8ten Theil von 43⅛ ℔ und 8mal dem 9ten Theil von 50℔ 12½oz. in ℔ ausgedrückt?
26. A. hat 11$\frac{7}{10}$ctw. Heu und wünscht es in Bündel zu bringen von je 51 ℔: wie viele Bündel wird er erhalten?
27. A. hat 5ctw. 35½ ℔ Thee, und verpackt die ganze Quantität in Kistchen, deren jedes 5 ℔ 5¾oz. hält: wie viel Kistchen wird er davon füllen können?
28. A. hat 1ctw. 20℔ 11¼oz. Indigo, welchen er in Paquete von je 2$\frac{5}{12}$℔ vertheilt: Wie viele Paquete wird er erhalten?
29. A. hat 6 silberne Löffel von je $\frac{7}{12}$oz. und ¾ Dutzend mit je 14½pwt. per Stück: wie viele oz. wiegen sie zusammen?
30. A. hat 8 silberne Löffel im Gewicht von je 1oz. 3⅜pwt., welche er umarbeiten lassen will zu 3 gleich schweren Tassen. Der Juwelier nimmt als Arbeitslohn 1½oz. von dem Silber: wie schwer wird jede der Tassen wiegen?
31. A. hat 4 goldene Fingerringe, deren jeder 4¾pwt. schwer ist: er tauscht sie um gegen 6 goldene Ohrringe, welche unter sich gleich schwer, zusammen aber 3½pwt. weniger wiegen, als die 4 Fingerringe: wie schwer ist jeder Ohrring?
32. Wie viele $ können aus 2⅝oz. Gold geprägt werden. (25$\frac{1}{2}$ gr.=1 $).
33. Wie viele Eagles können aus 5¾oz. Gold geprägt werden?
34. Wie viele Viertel-dollars können aus $\frac{7}{12}$oz. Gold geprägt werden?
35. Wie viele Halb-dollars können aus 5⅜oz. Silber geprägt werden?
36. Wie viele dimes können aus 2⅜oz. Silber geprägt werden?
37. 6 Kapseln enthalten je 1 ℔ 5¾ℨ Opium; und 12 Kapseln je 1 ℔ 10ℨ 5¾ℨ: wie viel ℔ sind in allen Kapseln enthalten?
38. A. hat 12 Kapseln Aloe, deren jede 1 ℔ 2¼ℨ enthält: nachdem er 5 Kapseln davon geleert, hat er noch wie viel ℨ übrig?
39. ½ℨ Calomel und ¼ℨ Aloe werden gemischt und in 18 gleiche Dosen getheilt: wie viele gr. wird jede Dose wiegen?

40. $\frac{4}{5}$℥ Ipicacuanha Pulver und 1℔ 16gr. Brechweinstein werden gemischt und in 24 gleiche Dosen getheilt: wie viel gr. wiegt jede Dose?

41. Was ist der Unterschied zwischen 3mal dem 4ten Theil von 1℔ 3$\frac{1}{2}$℥ und 7mal dem 8ten Theil von 9℥ 5℥ und 2$\frac{1}{2}$℈ in ℥ ausgedrückt?

42. A. hat 6kegs mit je 7gal. 3$\frac{1}{2}$pt. und 6kegs mit je 9gal. $\frac{1}{2}$pt. Nachdem er 28gal. 3$\frac{1}{4}$qt. davon verkauft, hat er noch wie viele gal. übrig?

43. Aus 8kegs, deren jedes 10gal. 1qt. und 1$\frac{1}{2}$pt. enthält, können wie viele Flaschen gefüllt werden von je $\frac{1}{2}$qt.?

44. A. kaufte 1keg Wein mit 13$\frac{3}{4}$gal. für $15.75 und 1keg mit 15gal. 2$\frac{1}{2}$qt. für $23.50: um wie viel c. war 1gal. des 2ten kegs theurer, als 1gal. des 1ten kegs?

45. A. kaufte 1 Faß Wein mit 45$\frac{1}{2}$gal. für 32.62\frac{1}{2}$ und 1 Faß mit 51gal. 1$\frac{1}{2}$qt. für $44 87$\frac{1}{2}$: wie viel kostete ihn die gal. im Durchschnitt?

46. Was ist der Unterschied zwischen 2$\frac{1}{4}$mal 25gal. 3$\frac{1}{2}$pt. und 3$\frac{3}{4}$mal 19gal. 1$\frac{1}{2}$qt. ausgedrückt in gal.?

47. A. kauft 5$\frac{1}{4}$bu. Kleesamen für die Summe von 21 $ und 9bu. 2$\frac{3}{4}$pk. für die Summe von $32.50 und verkauft das qt. im Durchschnitt für 20c.: wie viel verdient er dabei?

48. A. kauft 6$\frac{1}{4}$bu. Thimothy-Saamen für 20 $ und 5bu. 3$\frac{1}{2}$pk. für $16.50: wie theuer muß er das qt. hiervon verkaufen, wenn er $13.75 dabei verdienen will?

49. A. hat 270bu. Hafer und füllt ihn in Säcke, deren jeder 1bu. 3$\frac{1}{2}$pk. hält: wie viel Säcke wird er nöthig haben?

50. A. säet durchschnittlich auf jeden Acker 3bu. 2$\frac{1}{2}$pk.: wie viele acres kann er anſäen mit 158bu. 2$\frac{1}{2}$pk.?

51. Was ist der Unterschied zwischen 2$\frac{3}{4}$mal 45bu. 3$\frac{1}{4}$pk. und 2$\frac{5}{8}$mal 45bu. 3$\frac{1}{4}$pk. in bu. ausgedrückt?

52. A. hat 3 Stücke Tuch mit je 24yd. 3$\frac{1}{2}$qr.; 4 Stücke mit je 32$\frac{1}{4}$ E. Fl.; 6 Stücke mit je 28$\frac{3}{4}$ E. En. und 5 Stücke mit je 18$\frac{5}{8}$ E. Fr.: wie viele yd. waren dies zusammen?

53. A. hat ein Stück Tuch von 31$\frac{1}{4}$yd. Per yd. verkauft er es zu 3.62\frac{1}{2}$; per E. En. zu 4.62\frac{1}{2}$: wie viel löst er auf letztere Weise mehr als auf erstere?

54. A. hat ein Stück Tuch von 28$\frac{1}{4}$ E. Fr. Per E. Fr. verkauft er es zu $5,37$\frac{1}{2}$ und per yd. zu 4.12\frac{1}{2}$: wie viel löst er auf letztere Weise mehr, als auf erstere?

55. A. hat ein Stück Zeug mit 37¼ E. Fl. Per E. Fl. verkauft er es zu $2.87½ und per yd. zu 4$: wie viel löst er auf letztere Weise mehr, als auf erstere?
56. Eine gewisse Distanz beträgt 42¾rd. und eine andere 195¼ yd.: wie viel ft. ist erstere größer, als letztere?
57. Der Umfang eines Feldes ist wie folgt: die erste Seite ist 9⅝ch. lang; die 2te 33⅜rd.; die 3te 144⅝yd. und die 4te 508ft. 6in.: wie viel yd. beträgt der ganze Umfang?
58. Eine gewisse Distanz beträgt 5¾mal 15¼ch. und eine andere 9⅛mal 43¾rd.: wie viele yd. ist letztere größer, als erstere?
59. Die Länge eines Feldes beträgt 8⅔ch.; wie viele Bretter von je 13⅓ft. Länge sind erforderlich, um einen Zaun daran aufzuführen, wenn je 4 Bretter über einander zu stehen kommen?
60. Ein Zaun von 36¼rd. Länge soll aufgeführt werden, daß je 5 Bretter über einander zu stehen kommen und alle gleiche Länge haben: wie viel ft. muß jedes Brett lang sein, wenn deren nicht mehr als 200 Stücke sein sollen?
61. Die Fläche eines Dreiecks beträgt 102¾□yd. und die eines 2ten 5¼P.: wie viel □ft. ist letztere größer, als erstere?
62. Ein Garten hält 9⅝□ch. und ein anderer 2mal den 3ten Theil von 96½P.: wie viel □yd. ist ersterer größer, als letzterer?
63. A. besitzt einen Garten mit 1⅛ acre; und einen andern, welcher 5½P. weniger als die Hälfte des vorigen mißt: wie viel acres hat er im Ganzen?
64. Ein Garten des A. mißt 2¼ acre; ein anderer 1⅝mal so viel und noch 8¾P.: wie viel acres messen beide zusammen?
65. Ein Seitenweg ist 16½yd. lang und 10½ft. breit; er soll mit Backsteinen belegt werden, deren jeder 4in. breit und 8½in. lang ist: wie viel solcher Backsteine sind dazu erforderlich?
66. Der Fußboden einer Kirche ist 32½yd. lang und 18¼yd. breit; er soll mit Steinplatten belegt werden, deren jede 1ft. 4in. lang und 10in. breit ist: wie viele solcher Platten sind dazu erforderlich?
67. Das Dach eines Hauses ist auf der einen Seite 48ft. lang und 28ft. 8in. breit; auf der andern Seite 48ft. lang und 16ft. 6in. breit; dasselbe soll mit Schieferplatten belegt werden, deren jede einen Raum von 1ft. 2in. Länge und

10in. Breite bedeckt: wie viele solcher Platten sind dazu erforderlich?

68. A. besitzt 42 Acker und $5\frac{1}{2}$□ch. Land; B. besitzt 186 Acker $40\frac{1}{2}$P.: wie viel mal mehr besitzt B. als A.?
69. A. besitzt eine Fläche von $16\frac{1}{2}$rd. im Quadrat, und B. $16\frac{1}{2}$P.: wie viel P. besitzt A. mehr als B.?
70. A. hat eine Fläche von 3ch. und $21\frac{1}{2}$ft. im Quadrat und B. $1\frac{1}{8}$ acre: wie viel P. besitzt B. mehr als A.?
71. Eine Distanz beträgt 5ch. $23\frac{1}{4}$ links und eine andere $17\frac{1}{4}$rd.: wie viel ft. ist erstere größer, als letztere?
72. Eine Distanz beträgt $2\frac{1}{4}$mal 7ch. 49li. und eine andere die Hälfte von $119\frac{1}{2}$rd.: wie viel ft. ist erstere größer als letztere?
73. Wie viel Cft. Unterschied ist zwischen $16\frac{1}{4}$Cyd. und $15\frac{1}{8}$ft. im Cubus?
74. Wie viel Cft. beträgt der Unterschied zwischen $4\frac{3}{10}$Crd. und $45\frac{1}{4}$Cyd.?
75. Wie viel Cft. beträgt der Unterschied zwischen $3\frac{1}{2}$Cft. und $3\frac{1}{2}$ft. im Cubus?
76. Wie viel Cyd. beträgt der Unterschied zwischen $5\frac{1}{2}$Cyd. und $5\frac{1}{2}$yd. im Cubus?
77. Wie viel Cft. hält 1 Kiste, welche 1ft. 8in. lang; 1ft. 4in. breit und 1ft. 2in. tief ist?
78. Wie viel Cyd. mißt eine Grube, welche $7\frac{1}{2}$yd. lang, 14ft. breit und 8ft. 6in. tief ist?
79. Ein Behälter ist 6ft. 4in. breit, 22ft. 8in. lang und 2ft. 10in. tief, wie viel (Flüssigkeits-) gal. wird er fassen?
80. Wie viel bu. wird eine Grube fassen, welche $5\frac{1}{2}$yd. lang, $2\frac{1}{2}$yd. breit und 5ft. 6in. tief ist?
81. Wie viel Kugeln von je $\frac{1}{16}$Cin. Inhalt können gegossen werden aus einem Stück Blei, das 1ft. 2in. im Cubus mißt?
82. Ein Lager Holz mißt $17\frac{1}{2}$yd. in der Länge, 5ft. 6in. in der Breite und 9ft. 8in. in der Höhe: wie viele Cord enthält es?
83. Wie viel Stunden Unterschied ist zwischen $\frac{2}{3}$ Tagen und $\frac{1}{4}$ Tagen?
84. Wie viel Tage beträgt der Unterschied zwischen $3\frac{1}{4}$ Woche und $3\frac{1}{4}$ mal $3\frac{1}{4}$ Tagen?
85. Eine Walze macht in je $2\frac{1}{2}$ Secunden eine Umdrehung: wie viele Umdrehungen wird sie machen in $6\frac{1}{4}$ Stunden?

86. Ein Rad macht 8 Umdrehungen in je 10 Secunden: wie viele Umdrehungen wird es machen in $3\frac{3}{4}$ Tagen?

87. Ein Knabe ist 6 J. und $5\frac{1}{4}$ Tage alt; sein Bruder ist $4\frac{1}{2}$ mal so alt und $10\frac{1}{2}$ Tage darüber: wie viel Jahre, Monat und Tage ist dieser alt?

88. Ein Kind ist 7 J. und $6\frac{3}{4}$ Tage alt und sein Vater ist gerade 33 J.: wie viel mal so alt ist der Vater als sein Kind?

89. Aus einer Röhre ergießt sich in $3\frac{1}{2}$ Minuten 1 brl. Wasser: wie viele brl. werden sich daraus ergießen in $4\frac{1}{2}$ Std.?

90. In $8\frac{1}{2}$ Std. floßen aus einer Röhre $124\frac{1}{2}$ brl.: wie viel brl. floßen daraus in je $8\frac{1}{2}$ Minute?

91. 3 Minuten und $3\frac{1}{2}$ Secunden sind der wie vielte Theil einer Stunde?

92. Wie viele Stunden Unterschied sind zwischen $2\frac{1}{4}$ mal $5\frac{1}{4}$ Std. und $25\frac{1}{2}$ mal $12\frac{1}{2}$ Minuten?

93. Der Umfang eines Kreises beträgt 16ft. 8in.: wie viel ft. betragen $\frac{5}{8}$ Quadranten desselben?

94. Wenn der Umfang eines Kreises 24mi. beträgt: wie viel messen $5\frac{1}{2}°$ desselben?

95. Den Erdäquator zu 25000mi. gerechnet, betragen $12\frac{1}{4}°$ desselben wie viele mi.?

96. Wie viel mi. beträgt der Unterschied zwischen $6\frac{5}{12}°$ des Aequators und $6\frac{5}{12}°$ eines Wendekreises der Erde, letzteren zu 24120mi. angenommen?

97. Wie viel mi. Unterschied ist zwischen $5\frac{1}{4}°$ eines Wendekreises und $5\frac{1}{4}°$ eines Polarkreises der Erde, letzteren zu 1080mi. gerechnet?

98. Der Parallelkreis über St. Louis beträgt 14760mi.: wie viel mi. werden $24\frac{1}{2}'$ desselben betragen?

99. Wenn 2 Orte unter dem St. Louis Parallelkreis liegen, der eine 5°12′20″ östlich und der andere 8°44′30″ westlich von St. Louis: wie viel mi. sind diese beiden Orte von einander entfernt?

100. St. Paul in Minnesota liegt $7\frac{5}{12}°$ mehr nördlich, als St. Louis: wie viel mi. beträgt dieß? (Die Meridiane zu 25000 mi. gerechnet.)

§ 34. Decimal-Brüche. Decimal Fractions.

Decimal ist ein Eigenschaftswort von decem, welches 10 bedeutet.

Ein Decimalbruch ist ein Bruch, dessen Nenner 10, oder ein Zehnfaches von 10, 100, 1000 ꝛc. ist. 10 ist daher der kleinste (niederste) Nenner bei Decimalbrüchen. Nach 10tel folgen 100tel, auf diese 1000tel ꝛc.

Bei ganzen Zahlen steigt man immer um das Zehnfache aufwärts bis ins unendlich Große, bei Decimalbrüchen steigt man immer um das Zehnfache abwärts bis ins unendlich Kleine. Ein Beispiel soll dies deutlich machen. Die Zahl

1111.1111 (4 3 2 1 . 1 2 3 4)

besteht aus der ganzen Zahl 1111 und dem Decimalbruch $\frac{1111}{10000}$tel. Die ganze Zahl ist von dem Decimalbruch durch einen Punkt (häufig durch ein Comma) getrennt. Bei ganzen Zahlen werden die Stellen von der Rechten nach der Linken, bei Decimalbrüchen von der Linken nach der Rechten gezählt. Bei ganzen Zahlen ist eine Ziffer in der nächst höheren Stelle immer zehnmal so viel werth, als in der nächst niederen; denn $\overset{1}{1}=1$; $\overset{2}{1}=10$; $\overset{3}{1}=100$ und $\overset{4}{1}=1000$ ꝛc. Bei Decimalen bedeutet eine Ziffer in der nächst höheren Stelle immer 10 mal weniger, als in der nächst niederen; denn $\overset{1}{1}=\frac{1}{10}$; $\overset{2}{1}=\frac{1}{100}$; $\overset{3}{1}=\frac{1}{1000}$ und $\overset{4}{1}=\frac{1}{10000}$ ꝛc. Dasselbe gilt für jede andere Ziffer. So bedeuten $0.222\ \frac{2}{10}+\frac{2}{100}+\frac{2}{1000}$; ferner ist $0.3456=\frac{3}{10}+\frac{4}{100}+\frac{5}{1000}+\frac{6}{10000}$ ꝛc. Der Werth einer Ziffer von dem Zähler eines Decimalbruchs ergiebt sich also aus ihrer Stelle, gleichwie der Werth einer Ziffer bei ganzen Zahlen aus ihrer Stelle ersichtlich ist. So ist:

$0.2=\frac{2}{10}$, $0.02=\frac{2}{100}$, $0.003=\frac{3}{1000}$, $0.0004=\frac{4}{10000}$ ꝛc.

Es ist daher überflüssig, den Zählern der Decimalbrüche die entsprechenden Nenner beizusetzen. Und gerade hieraus entspringt das Einfache und Vortheilhafte, das Decimalbrüche gewöhnlichen Brüchen gegenüber voraus haben.

Aus § 3 No. 5 ergiebt sich, daß $\frac{1}{10}=\frac{10}{100}=\frac{100}{1000}=\frac{1000}{10000}=\frac{10000}{100000}$ ꝛc.; ebenso $\frac{24}{100}=\frac{240}{1000}=\frac{2400}{10000}=\frac{24000}{100000}=\frac{240000}{1000000}$ ꝛc. folglich kann man dem Zähler eines Decimalbruchs beliebig viele Nullen beifügen, ohne dessen Werth zu ändern.

Ich werde nun erst eine kurze Numerirtabelle beisetzen und derselben entsprechende Uebungen beifügen.

Tabelle.

Zehntel	Hunderttel	Tausendtel	Zehntausendtel	Hunderttausendtel	Millionteil	Zehnmillionteil	Hundertmillionteil	
4.	5							= 4 Ganze und $\frac{5}{10}$tel
0.	0	7						= $\frac{7}{100}$tel
0.	1	4	6					= $\frac{146}{1000}$tel
0.	4	0	0	9				= $\frac{4009}{10000}$tel
0.	0	0	7	0	5			= $\frac{705}{100000}$tel
0.	0	0	0	8	0	7		= $\frac{807}{1000000}$tel
0.	0	0	7	0	0	9	8	= $\frac{70098}{10000000}$tel
0.	0	0	0	9	0	0	6	= $\frac{9006}{100000}$tel

Uebungen. Schreibet und leset folgende Brüche und setzet sie in Form von gewöhnlichen Brüchen den entsprechenden Decimalbrüchen gegenüber.

1,1	4,0006	0,492506	3,4793805
0,5	10,12345	0,753004	5,5678001
4,15	8,31406	10,580603	0,3290503
0,06	4,24008	8,250008	0,5680002
3,128	0,30502	9,105063	0,6070305
4,203	6,40006	10,300508	0,0056003
0,006	5,04005	0,400062	0,1000209
0,4567	4,00602	5,100004	0,3010004
0,8302	5,00096	0,000008	0,0000603
0,6039	3,00008	0,3456789	0,0000006
0,5003	6,345678	5,0000006	0,0040039

Weitere Uebungen:

1. Fünf Zehntel.
2. Vier und dreißig Hunderttel.
3. Sechs hundert und neun Tausendtel.
4. Fünf und vierzig Tausendtel.
5. Zwei tausend vier hundert und siebenzehn Zehntausendtel.
6. Acht tausend und sechs und zwanzig Zehntausendtel.
7. Neun und vierzig Zehntausendtel.
8. Drei und zwanzig tausend und vierzehn Hunderttausendtel.
9. Vier hundert drei tausend und sechszehn Milliontel.
10. Acht hundert fünf und vierzig Hunderttausendtel.
11. Siebenzig tausend und zwei Hunderttausendtel.
12. Fünf hundert zwei tausend und acht Milliontel.
13. Dreizehn Einheiten und 12 Hunderttausendtel.

14. Acht tausend drei hundert und eilf Zehnmilliontel.
15. Fünf hundert und sieben Hunderttausendtel.
16. Acht tausend und drei Zehnmilliontel.
17. Fünf und zwanzig tausend und ein Hundertmilliontel.
18. Drei tausend und eilf Hunderttausendtel.
19. Sechszehn tausend und zwei Billiontel.
20. Neun hundert tausend drei und dreißig Zehnmilliontel.

§ 35. Addition von Decimalbrüchen. Addition of Decimals.

Th. I. § 6.

Sämmtliche Operationen mit Decimalbrüchen sind einfacher und leichter, als die von gewöhnlichen Brüchen; und nur wenig verschieden von dem Verfahren mit ganzen Zahlen.

Das oft so mühsame Aufsuchen eines Hauptnenners bei gewöhnlichen Brüchen ist bei Decimalbrüchen gar nicht erforderlich.

Ebenso vortheilhaft ist die Reductionsmethode für Decimaltheile, in Ganze, oder in höhere Werthe; indem immer 10 Einheiten einer höhern Stelle eine Einheit für die nächst niedere Stelle ergeben; und umgekehrt.

Beisp. 1.

1.2.3.4.5.Stelle.	
4,5	4te St. 8 ZTel
3,1 6	3te St. 16 Tel=1Htel+6Tel
0,3 0 8	2te St. 12Htel
0,4 6 0 8	+ 1 „
1,0 0 8 0 5	13Htel=1Ztel+3Htel
9,4 3 6 8 5	1te St. 13Ztel
	+ 1 „
	14Ztel=1E.+4Ztel.

5te St. 5 HTel

Dasselbe Beispiel in anderer Form:

4,50000	Letztere Form wird vorgezogen, wenn Additions-
3,16000	aufgaben viele Posten enthalten; weil dabei Feh-
0,30800	ler leichter vermieden werden, als bei der erstern
0,46080	Methode; auch ist sie gefälliger für das Auge,
1,00805	als erstere.
9,43685	

Aufgaben.

1. 5,13+0,08+7,526+4,006+0,073+8,5065+0,6002.
2. 8,045+6,308+0,1704+0,0045+27,0008+0,08007.
3. 5,0806+0,00708+0,00083+5,004605+2,740003.

4. 3,200904+6,860007+4,009006+6,38005+0,00005.
5. Was ist die Summe von 44+44 Milliontel +66+77 Hunderttausendtel + 111 + 3333 Hunderttausendtel +45+33 Hunderttel +101+7 Zehntel +51+871 Zehntausendtel+ 222+1022 Zehntausendtel?
6. Was ist die Summe von 200 $ 1 dime 3 c. 9 m. + 440 $ 9 m. + 1 $ 1 dime 1 m.?
7. Wie viel ist 1 Zehntel+1 Hunderttel+1Tausendtel?
8. Was sind 4+4 Zehntel + 17 Zehntausendtel + 39 Hunderttausendtel + 604 Milliontel zusammen?
9. Bilde und addire 6 Posten wovon der 1te 4,0309 und jeder folgende um 2,08065 größer ist, als der nächst vorstehende.
10. Bilde und addire 10 Posten, wovon der 1te 17,00907 und jeder folgende um 2,2087 größer ist, als der nächst voranstehende.

§ 36. Subtraction von Decimalbrüchen. Subtraction of Decimals.

Th. I. § 7.

Beisp. Von 14,06 subtrahire 9,8904.

Aufl. 14,0600 — 9,8904 = 4,1696

4te St. 0Ztel+10Ztel=10Ztel—4Ztel =6Ztel.
3te St. 9Ztel—0Ztel=9Ztel
2te St. 5Htel+10Htel=15Htel—9Htel=6Htel
1te St. 9Ztel—8Ztel=1Ztel

Aufgaben. Subtrahire

1. 6,8 von 9,4. 2. 5,6 von 8,05. 3. 9,9 von 10,07.
4. 0,009 von 0,09. 5. 1,707 von 3,0101.
6. 5,5555 von 6,006. 7. 2,0909 von 8,407.
8. 5,6789 von 10,10101. 9. 1,23456 von 3,003.
10. 4,45678 von 5,5. 11. 0,90375 von 1.
12. 8,06709 von 10. 13. 4,005938 von 9,3017.
14. 5,005 von 5,05. 15. 0,007398 von 0,008.
16. 0,987654 von 1,1.
17. 4,5+0,08+3,048—6,3—0,206.
18. 0,24+3+5,308—4,46—0,036—0,004.
19. 3,706—2,04+2,0048—1,07+8.3—5,009.
20. 5,706+3,045—4,0048—2,00025+4,6—3.
21. 3,45+6,036=4,088+x. 22. 5,0008—3,45=2,075—x.
23. 12,0016—4,084=17—x.
24. 36,1009—14,036=30,30009—x.

25. $25,06+x=18,00018+33,0708$.
26. $44,0044-x=25,0073-16,408$.
27. $35,036-14,44+x=15,004-0,75+33,333$.
28. $0,4+4,04+44,0044=9,9+16,25+33,0075-x$.
29. Von 703 Zehntausendtel subtrahire 50036 Hunderttausendel.
30. Von 5047 Hunderttausendtel subtrahire 45098 Milliontel.
31. Verkleinere die Summe von 3,0109 um 8048 Milliontel.
32. Nehme 3 Ganze und 3009 Hunderttausendtel von 4 Ganzen.
33. Nehme 5mal nach einander je 0,8047 von 7,016.
34. Von der Zahl 9,00305 subtrahire 8mal nach einander je 0,90085.
35. Der Minuend ist 5,089 und der Subtrahend 2,806: was ist der Rest?
36. Der Subtrahend ist 4,7009 und der Rest 2,00608: was ist der Minuend?
37. Der Minuend ist 10,046 und der Subtrahend 4,08 kleiner, als jener: was ist der Rest?
38. Wie viel muß von 86,44 abgezogen werden, damit der Rest 35,0733 werde?
39. A. hatte eine gewisse Summe Geldes. Nachdem er 245 $ 7d. 9c. und 6m. davon ausgegeben, bleiben ihm noch 160 $ 5d. 5c. und 8m. Wie viel hatte er anfänglich?
40. A. B. und C. legten ihre Baarschaften zusammen. A. hatte 302 $ 5d. 3c.; B. 285 $ 7d. 6c. 5m. und C. 175 $ 5d. 6c. 7m. Nachdem sie hiervon einen Bauplatz bezahlt hatten, blieben ihnen noch 284 $ 1d. 7c. und 7m. Wie viel bezahlten sie für den Bauplatz?

§ 37. Multiplication von Decimalbrüchen. Multiplication of Decimal-Fractions.

Bei der Multiplication von Decimalbrüchen ergeben sich 3 Fälle. Es ist 1. eine ganze Zahl mit einem Decimalbruche; 2. ein Decimalbruch mit einer ganzen Zahl und 3. ein Decimalbruch mit einem D. B. zu multipliciren.

Erster Fall.

Wenn eine ganze Zahl mit E. multiplicirt wird, so besteht auch das Product aus E. z. B. 345×5 E. $=1725$ E. Wird die ganze Zahl mit Z. H. T. ꝛc. multiplicirt, so besteht das Product gleichfalls aus Z. H. T. ꝛc. Und multiplicirt man die ganze

Zahl mit Halben, Dritteln, Vierteln ꝛc. so besteht auch das Product aus Halben, Dritteln ꝛc. Daher auch: multiplicirt man die ganze Zahl mit 10teln, 100teln ꝛc. so besteht auch das Product aus 10teln, 100teln ꝛc. Th. I. § 8.

Beisp. 345 · 0,5 = 172,5 ; 345 · 0,05 = 17,25 ; 345 · 0,005 = 1,725

Hieraus ergiebt sich als Regel für diesen Fall:

Multiplicire den Multiplicand mit dem Multiplicator auf die bekannte Weise (als ob der Multiplicator ebenfalls eine ganze Zahl wäre und trenne von dem Producte so viele Decimalstellen, als der Multiplicator derselben hat.

Aufgaben.

1. 318×0,8. 2. 509×0,34. 3. 870×5,06.
4. 5004×0,123. 5. 6709×10,308. 6. 5608×0,009.
7. 7416×0,3456. 8. 56789×9,3078. 9. 40798×4,5602.
10. 59063×10,4005. 11. 47805×8,0008.
12. 60047×0,609073.

Zweiter Fall. Es ist ein Decimalbruch mit einer ganzen Zahl zu multipliciren.

In § 3 No. 1 ist dargethan, daß ein Bruch multiplicirt wird, wenn man dessen Zähler multiplicirt und den Nenner unverändert läßt. Dieses Gesetz für gewöhnliche Brüche gilt auch für Decimalbrüche.

Beisp. 1. 0,406×8.

Aufl. $0{,}406\times 8=\frac{406}{1000}\times 8=\frac{3248}{1000}=3\frac{248}{1000}=3{,}248$ od. 0,406 · 8 = 3,248

Beisp. 2. 3,5408×25.

Aufl. 3,5408×25 = 3,5408 · 25 = 177040 + 70816 = 88,5200

Ein Decimalbruch wird daher mit einer ganzen Zahl multiplicirt, wenn man denselben (als ganze Zahl) mit der ganzen Zahl multiplicirt und von dem Producte so viele Decimalstellen trennt, als der Multiplicand enthält.

Aufgaben.

13. 0,45×8. 14. 3,06×19. 15. 0,708×36.
16. 11,01×11. 17. 5,3006×15. 18. 8,4507×23.
19. 3,0029×12. 20. 8,0007×24. 21. 7,53284×14.
22. 0,00792×21. 23. 4,50008×35. 24. 0,00062×99.

Dritter Fall. Es ist ein D. B. mit einem D. B. zu multipliciren.

In diesem Falle harmonirt das Verfahren gänzlich mit dem in § 10 No. 3 angegebenen; d. i. man hat je die Zähler und ebenso die Nenner mit einander zu multipliciren.

Beisp. 1. $0{,}4 \times 0{,}6 = \frac{4}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{24}{100} = 0{,}24$.

Beisp. 2. $0{,}25 \times 0{,}2 = \frac{25}{100} \times \frac{2}{10} = \frac{50}{1000} = 0{,}050 = 0{,}05$.

Beisp. 3. $2{,}024 \times 0{,}04 = \frac{2024}{1000} \times \frac{4}{100} = \frac{8096}{100000} = 0{,}08096$.

Aus obigen Beisp. ist zu ersehen, daß das Product jedesmal so viele Decimalstellen enthält, als die beiden Factoren zusammen haben. D. B. werden daher mit D. B. multiplicirt, wenn man sie (als ganze Zahlen) auf die bekannte Weise multiplicirt und von dem Producte so viele D. Stellen trennt, als die beiden Factoren zusammen enthalten.

Aufgaben.

25. $0{,}5 \times 09$.
26. $0{,}16 \times 08$.
27. $0{,}48 \times 0{,}06$.
28. $0{,}09 \times 0{,}09$.
29. $1{,}03 \times 0{,}28$.
30. $0{,}009 \times 3{,}4$.
31. $7{,}065 \times 2{,}05$.
32. $3{,}509 \times 2{,}806$.
33. $0{,}0008 \times 3{,}003$.
34. $2{,}0006 \times 2{,}006$.
35. $14{,}02 \times 0{,}0008$.
36. $25{,}003 \times 17$.

Besondere Fälle:

a. Es ist ein Decimalbruch mit 10, 100, 1000 ꝛc. zu multipliciren.

Beisp. $4{,}507 \times 100 = 4{,}507$

100

450,700

Aufgaben.

37. $0{,}7906 \times 10$.
38. $4{,}509 \times 100$.
39. $16{,}00084 \times 1000$.
40. $0{,}0061 \times 10000$.
41. $7{,}5032 \times 100000$.
42. $0{,}0005 \times 1000000$.

b. Es ist ein Decimalbruch mit einer Anzahl von Z., H., T. ꝛc. zu multipliciren.

Beisp. $0{,}7093 \times 35000 = 0{,}7093$

35000

35465

21279

24825,5000

Aufgaben.

43. $0{,}4802 \times 1800$.
44. $9{,}0074 \times 32000$.
45. $5{,}3006 \times 70000$.
46. $0{,}00906 \times 350000$.
47. $0{,}709 \times 7700000$.
48. $0{,}01 \times 1010000$.

Weitere Uebungen.

49. Multiplicire 408 Zehntausendtel mit 3 E. u. 5009 Milliontel.
50. „ 5E. u. 18006 Hunderttausendtel mit 409 „
51. „ 14E. u. 3047 Hunderttausendtel mit 599 Zehntausendtel u. addire zu dem Producte 4095 Hunderttausendtel.
52. Multiplicire 8 E. und 4095 Milliontel mit 5 E. und 77 Hunderttausendtel und subtrahire von dem Producte 5mal 508 Tausendtel.
53. (5,08+16,3) 0,5. 54. (17,028+11,85)0,25.
55. (40,003—25,65) 1,02. 56. (33—16,354) 4,036.
57. (36,0025—16) 14,308. 58. (0,06+4,735—2,35)0,15.
59. (2,17—1,95+3,024) 3,05.
60. (4,07—3,7)0,006. 61. 8,04×2,405+15,27—25,068.
62. 4,006×2,65×4,05+0,025—3,5×4,0075.
63. 6,06×0,024—3,008×0,05+4,075—1,0008.
64. 5,006+4,07×2,05—4,5×6,008+103,025.
65. 8,008×0,006+13,5×0,106=15,004×0,0036+x.
66. (3,014+3,0006) 2,16–3,808=(11,0032–9,016) 0,456+x.
67. 4,018+(5,2–4,048)2,5=33,015–(1,33—0,08) 9,064—x.
68. 15,15+(8,6–5,075)3,08+x=10,1+(10,1–5,05)2,5×0,95.

§ 38. Division von Decimalbr. Division of Decimal Fractions.

Bei der Division von D. Br. treten dieselben 6 Fälle ein, wie sie in § 11 bei gewöhnlichen Brüchen abgehandelt wurden. Auch hier gilt der Grundsatz: „gegebene Größen können nur durch gleichartige Größen dividirt (gemessen) werden." So wenig wir mit oz. unmittelbar ℔ dividiren können, ebenso wenig geht es an, E. unmittelbar durch Hunderttel ꝛc. zu dividiren, und umgekehrt.

Einige Beisp. werden Euch das Verfahren für die verschiedenen Fälle zeigen.

Beisp. 1. 4|1,306

4,000|1,306

4000|1306 |0,3265
|12000|
10600
8000
26000
24000
20000

Probe: 0,3265
4
1,3060

Da der Dividend 1000tel enthält, so verwandelten wir auch den Divisor in 1000tel. Nun darf der Nenner beseitigt werden und die Frage ist: Wie oftmal sind 4000 ent-

halten in 1306? Da dieß kein ganzes Mal der Fall ist, so erhalten wir 0,... als Quotient, und verwandeln 1306 E. in 10tel, woraus der Quotient 0,3... entsteht und 1060 Zehntel als Rest bleiben, welche nun in Hunderttel verwandelt werden ꝛc.

Kürzeres Verfahren für diesen Fall: 4|1,306|0,3265

Beisp. 2. 0,24|18| Probe: 75

0,24|18,00 0,24

24|1800|75 300

168 150

120 18,00

120

12

10

8

26

24

20

20

Beisp. 3. 4,3|8,866 Probe: 2,061

4,300|8,866 4,3

4300|8866|2,061... 6183

8600 8244

26600 8,8623

25800 + 37 Rest

8000 8,8660

4300

3700 Rest.

Die Division wird in den meisten Fällen blos bis zu der 3ten oder 4ten D. Stelle im Quotienten fortgesetzt und durch Punkte angedeutet, daß sie nicht vollständig ausgeführt wurde. Um die Probe darzustellen, muß zu dem Producte des Quotienten und Divisors der Rest gezählt werden.

Aufgaben. Wie oftmal sind enthalten

1. 5 in 0,65.	2. 6 in 0,08.	3. 7 in 0,49.
4. 8 in 0,64.	5. 16 in 0,8.	6. 15 in 0,45.
7. 18 in 0,406.	8. 25 in 0,2105.	9. 36 in 0,008.
10. 45 in 0,001.	11. 58 in 0,0704.	12. 66 in 0,1605.
13. 75 in 0,398.	14. 83 in 0,05.	15. 255 in 0,735.
16. 95 in 0,1.	17. 0,5 in 2.	18. 0,16 in 1.
19. 0,04 in 9.	20. 0,045 in 18.	21. 0,006 in 6.
22. 0,808 in 100.	23. 0,5032 in 4.	24. 0,0009 in 45.
25. 0,5 in 0,8.	26. 0,8 in 0,5.	27. 0,15 in 0,6.
28. 0,24 in 0,3.	29. 0,09 in 0,1.	30. 0,1 in 0,09.

31. 0,45 in 0,045. 32. 0,008 in 0,3. 33. 0,15 in 0,3045.
34. 0,008 in 11. 35. 0,3006 in 0,2. 36. 0,04 in 0,78944.
37. 35 in 17,048. 38. 5,28 in 22. 39. 6,18 in 23,024.
40. 48 in 103,006. 41. 16,06 in 100. 42. 108 in 15,4008.
43. 44,036 in 6. 44. 2,40805 in 1,7. 45. 25,0075 in 19,08.
46. 33 in 0,033. 47. 0,5008 in 1.
48. 449,99595 in 44,865.

Besondere Fälle, in welchen die Division sehr vereinfacht werden kann, entstehen, wenn der Divisor 10, 100, 1000 ꝛc. ist.

Die Division wird nämlich alsdann dadurch ausgeführt, daß man das Trennungszeichen in dem Dividenden um 1, 2, 3 ꝛc. Stellen von der Rechten nach der Linken rückt.

Beisp. 1. 10|118,3087
10,0000|118,3087
100000|1183087|11,3087

Beisp. 2. 100|3,6
100,0|3,6
1000|36|0,036

In Beisp. 1 erhielt man also den Quotienten, indem das Comma um 1 Stelle und in Beisp. 2, indem es um 2 Stellen von der Rechten nach der Linken gesetzt wurde, in den entsprechenden Dividenden.

Aufgaben. 49. 10 in 5,4. 50. 100 in 24.
51. 10 in 0,006. 52. 100 in 3,436. 53. 100 in 0,058.
54. 1000 in 1,0045. 55. 1000 in 55,3.
56. 100000 in 30,006. 57. 6E. in 3Hunderttel.
58. 1Zehntel in 9E. 59. 20E. in 5Zehntausendtel.
60. 5 E. u. 19 Zehntausendtel in 6 Zehntel.

61. $\frac{5,6}{0,36}$ 62. $\frac{9}{3,5}$ 63. $\frac{5,375}{15}$ 64. $\frac{16,16}{2,4}$

65. $\frac{5,4+0,64}{3,2}$ 66. $\frac{4,45+3,15}{0,5}$ 67. $\frac{6,36-3,24}{8,8}$

68. $\frac{24,66-10,36}{10}$ 69. $\frac{4,3+5,048-3,016}{2,04}$

70. $\frac{5,018-2,04-3,06+3,4}{6,6+2,2}$ 71. $\frac{15,075\times3,04}{8,008}$

72. $\frac{0,36\times2,006}{1,002\times0,004}$ 73. $\frac{(4,004+2,5)3,075}{6,25}$

74. $\frac{(2,16-0,036)4,44}{3\times2,24}$ 75. $\frac{5,24\times3\frac{3}{4}\times0,6}{2\frac{1}{2}\times0,5}$

76. $\frac{(5{,}04+3{,}24)5\frac{1}{4}}{4{,}5\times 1\frac{1}{4}}$

77. $\frac{(6{,}25\times 4\times 3{,}17+5{,}75-4{,}5)1{,}875}{5}=2+x.$

78. $\frac{35{,}35}{\frac{1}{7}}=\frac{16{,}5-7{,}3}{x}$

79. $\frac{44{,}15\times 6\times 3\frac{3}{4}}{5\frac{2}{3}}=\frac{x}{3\frac{3}{4}\times 2{,}5}$

80. $\frac{5{,}5}{3\frac{1}{2}\times 0{,}075}+3=\frac{x}{5{,}5\times 4\frac{1}{2}}$

81. $\frac{(2+0{,}2)0{,}2}{0{,}2}+0{,}2=\frac{0{,}44\times 0{,}4}{x}$

82. $\frac{3\frac{1}{2}(3{,}06-2{,}4)}{1}=\frac{2\frac{1}{2}(3{,}6+1{,}4)}{x}$

83. Der Divisor ist 5,05; der Quotient 10: was ist der Dividend?

84. Der Dividend ist 183,375; der Quotient 0,375: was ist der Divisor?

85. Was ist der Quotient, wenn der Divisor 12 und der Dividend 0,1728 sind?

86. Welche Zahl gibt 5,0395, wenn sie durch 1,05 dividirt wird?

87. Was ist das Product, wenn man 31,705 durch 1,605 dividirt und den Quotienten mit 0,036 multiplicirt?

88. Der 1te Dividend ist 36,44 und der dazu gehörige Divisor ist 3,08; der 2te Dividend ist 209,06 und der dazu gehörige Divisor 36,2; welches Product entsteht, wenn man von der Summe der beiden Quotienten 8,24 subtrahirt und den Rest mit 3,015 multiplicirt?

89. Was ist der Gesammterlös für 82bu. Kartoffeln à $0,625 per bu.; ferner 136,4bu. Korn à $0,375 per bu. und 192,5 bu. Weizen à $1.25 per bu.?

90. A. hat 114,75 bu. Kartoffeln im Werthe von $0,375 per bu. und möchte sie vertauschen gegen Fleisch à $0,045 per ℔: wie viel ℔ Fleisch wird er dafür erhalten?

91. Wie viel ℔ Fleisch à $0,045 per ℔, sind 52,75bu. Weizen werth à 0,875 per bu.?

92. Für je $3,84 erhält A. 7,5bu. Weizen: wie viel bu. Weizen wird er erhalten für 428,75bu. Korn à $0,3125 per bu.?

§ 39. Verwandlungen. Reductions.

In Bezug auf Verwandlungen von Decimalbrüchen entstehen 5 Fälle:

1. Verwandlung von Decimalbrüchen in gewöhnliche Brüche;
2. " " gewöhnlichen Brüchen in Decimalbrüche;
3. " " benannten Zahlen (Ganze und Brüche) in Decimalbrüche;
4. " " benannten D. Br. in Benennungen höherer und niederer Werthe und
5. " " benannten D. Br. in benannte D. Br. höherer und niederer Werthe.

1. Verwandlung von D. Br. in gewöhnliche Brüche.

Beisp. $0{,}125=\frac{125}{1000}=\frac{1}{8}$ Beisp. 2. $0{,}77=\frac{77}{100}$.

Es ist hieraus ersichtlich, daß diese Sorte von Verwandlungen blos darin besteht, daß man dem gegebenen Zähler des D. Br. seinen entsprechenden Nenner beisetzt, und nun, durch Verkleinerung den Bruch auf seinen einfachsten Ausdruck zurückführt.

Aufg. Verwandelt folgende Decimalbr. in gewöhnliche Br.

1.	0,8	2.	0,16	3.	0,325	4.	2,044
5.	1,008	6.	0,048	7.	0,3065	8.	5,6008
9.	3,0064	10.	5,70095	11.	0,06088	12.	2,00404

2. Verwandlung gewöhnlicher Br. in D. Br.

Verwandlungen dieser Art sind nichts anders, als Divisionen ganzer Zahlen in ganze Zahlen, wobei die Zähler der gegebenen Br. als Dividenden und ihre Nenner als Divisoren erscheinen.

Beisp. 1. $\frac{3}{4}=4|3\ |0{,}75.$ Beisp. 2. $\frac{4}{5}=5|4\ |0{,}8$

30 40

28 40

20

Aufgaben. Verwandelt folgende Brüche in D. Br.

13. $\frac{1}{2}$. 14. $\frac{3}{5}$. 15. $\frac{4}{5}$. 16. $\frac{5}{8}$. 17. $\frac{9}{10}$. 18. $\frac{1}{20}$.

19. $\frac{11}{12}$. 20. $\frac{12}{17}$. 21. $3\frac{5}{8}$. 22. $9\frac{5}{6}$. 23. $4\frac{13}{16}$. 24. $10\frac{21}{25}$.

3. Verwandlung von benannten Zahlen (Ganzen und Brüchen) in D. Br.

Beisp. 1. Wie viel $ sind $28\frac{3}{4}$c.?

Aufl. $28\frac{3}{4}\text{c.}=\frac{28\frac{3}{4}\$}{100}=\frac{115\$}{4\times100}=\frac{23}{80}\$=80|33|=\$0{,}2875.$

Beisp. 2. Wie viel £ sind $5\frac{5}{8}$d.?

Aufl. $5\frac{5}{8}$d.$=\frac{45}{8}$d.$=\frac{45£}{8\times240}=\frac{3}{128}$£$=128|3|=0,0234$£.

Beisp. 3. Wie viel ctw. sind 95℔ $5\frac{3}{4}$oz. (A. dupois)?

Aufl. 5℔ $5\frac{3}{4}$oz. $=5\frac{6103}{6400}$ctw.$=6400|38103|5,9537$...ctw.

Beisp. 4. Wie viel ℔ sind 7℥ 5ʒ und 2℈?

Aufl. 7℥ 5ʒ 2℈$=\frac{185}{288}$℔$=288|185|0,6423$...℔.

Aus diesen 4 Beisp. ersehet Ihr, daß alle derartigen Aufgaben gelöst werden, indem man die verschiedenen Benennungen erst reducirt, wie in §§ 15 bis 33 angegeben, und den erhaltenen Bruch in einen D. Br. umwandelt.

Verwandelt folgende Benennungen in D. Br. und drücket die Werthe aus in:

$ 25. $29\frac{7}{8}$$ 26. $3\frac{2}{3}$$ 27. $15\frac{3}{4}$c. 28. $6.$15\frac{5}{12}$.
c. 29. $5\frac{3}{4}$m. 30. $8\frac{4}{5}$m. 31. $25\frac{3}{4}$m. 32. $4.25·$8\frac{7}{8}$.
£. 33. $4\frac{3}{4}$s. 34. $9\frac{5}{8}$s. 35. $5\frac{3}{4}$d. 36. 6s. $3\frac{5}{8}$d.
s. 37. $\frac{3}{4}$qr. 38. $\frac{11}{12}$£ 39. 5d. $2\frac{1}{2}$qr. 40. $2\frac{1}{8}$£.
ctw. 41. $85\frac{3}{4}$℔ 42. $66\frac{2}{3}$℔ 43. $9\frac{1}{2}$oz. 44. 5℔ $7\frac{7}{8}$oz.
℔ (A. dp.) 45. $14\frac{3}{4}$oz. 46. $14\frac{3}{4}$dr. 47. $11\frac{5}{8}$dr. 48. 12oz. $8\frac{5}{6}$dr.
oz. (Tr.w.) 49. $4\frac{3}{4}$pwt. 50. $8\frac{3}{4}$gr. 51. 6pwt. $10\frac{1}{2}$gr. 52. 7pwt. $8\frac{3}{4}$gr.
℥ 53. $5\frac{3}{4}$ʒ 54. 6ʒ $2\frac{1}{4}$℈ 55. 2℈ $15\frac{1}{2}$gr. 56. 3ʒ 1℈ $12\frac{3}{4}$gr.
gal. 57. $3\frac{5}{8}$qt. 58. $1\frac{3}{4}$pt. 59. 3qt. $1\frac{5}{6}$pt. 60. 1pt. $1\frac{3}{4}$gi.
bu. 61. $3\frac{1}{4}$pk. 62. $6\frac{5}{8}$gal. 63. 3pk. $3\frac{3}{4}$qt. 64. 5gal. $1\frac{1}{4}$pt.
yd. 65. $3\frac{3}{8}$qr. 66. $4\frac{5}{8}$E.Fr. 67. $3\frac{3}{4}$E.En. 68. $6\frac{7}{12}$E.Fl.
ch. (Gunter's) 69. $3\frac{3}{4}$rd. 70. $25\frac{5}{16}$ft. 71. 3ft. $8\frac{3}{4}$in. 72. 4yd. $4\frac{3}{8}$in.
□ch. 73. $4\frac{5}{8}$P. 74. $7\frac{3}{4}$□yd. 75. $11\frac{11}{16}$□ft. 76. 2□yd. $8\frac{7}{8}$□ft.
ch. 77. $5\frac{1}{4}$li. 78. $24\frac{1}{2}$li. 79. $10\frac{3}{4}$in. 80. 25li. $6\frac{1}{2}$in.
□ch. 81. $19\frac{1}{4}$li.im□ 82. $36\frac{3}{4}$li.im□ 83. $25\frac{1}{2}$□li. 84. $32\frac{5}{8}$□li.
C.yd. 85. $5\frac{3}{4}$C.ft. 86. $16\frac{5}{8}$C ft. 87. $102\frac{3}{4}$C.in. 88. 24C.ft. $16\frac{1}{2}$C.in.
Tagen. 89. $4\frac{3}{5}$Std. 90. $24\frac{3}{4}$M. 91. $36\frac{1}{2}$S. 92. 5St. $20\frac{3}{4}$S.
° 93. $15\frac{3}{4}'$ 94. $28\frac{5}{8}''$ 95. $12'$ $4\frac{3}{4}''$ 96. $25'$ $10\frac{7}{12}''$

4. **Verwandlung von D. Br. in Benennungen niederer und höherer Werthe.** §§ 15—33.

Beisp. 1. Wie viel s. d. und qr. sind 0,66 £?

Aufl. 0,66£$=0,66\times960$ qr.$=633,6$ qr.$=13$s. 2d. $1\frac{3}{5}$qr.

Beisp. 2. Wie viel ℥, ʒ, ℈ und gr. sind 0,45 ℔?

Aufl. 0,45 ℔$=0,45\times5760$ gr.$=2592$ gr.$=5$℥ 3ʒ 12gr.

Beisp. 3. Wie viel Tage sind 0,15 Std.?

Aufl. 0,15 Std.$=\frac{15\text{ T.}}{100\times24}=\frac{15}{2400}$T.$=\frac{1}{160}$T.

Beisp. 4. Wie viel gal. sind 0,4 pt.?

Aufl. $0{,}4\text{pt.} = \frac{4\text{ gal.}}{10 \times 8} = \frac{1}{20}\text{gal.}$

Aufgaben. Verwandelt folgende Ausdrücke in:
$ 97. 0,5c. 98. 0,08c. 99. 0,3m. 100. 5,04c.
s. 101. 0,3£ 102. 0,16£ 103. 4,4d. 104. 3,4qr.
ctw. 105. 0,06T. 106. 44,8lb 107. 10,6oz. 108. 12,5dr.
oz. (Troy) 109. 0,8lb 110. 3,04lb 111. 5,8pwt. 112. 12,25gr.
ʒ 113. 0,048lb 114. 4,6ʒ 115. 2,5ȝ 116. 12,4gr.
qt. 117. 0,8gal. 118. 5,08gal. 119. 0,6pt. 120. 1,3pt.
bu. 121. 2,08ch. 122. 6,6gal. 123. 3,4pk. 124. 7,5qt.
yd. 125. 3,125qr. 126. 4,6E.Fr. 127. 7,5E.En. 128. 6,16E.Fl.
rd. 129. 4,6yd. 130. 5,125ft. 131. 9,5in. 132. 3,06ch.
P. 133. 3,4□ch. 134. 16,3□yd. 135. 25,25□ft. 136. 4,5□in.
ch. 137. 36,4ft. 138. 36,4li. 139. 54,48li. 140. 8,5in.
acr. 141. 9,4□ch. 142. 11,75□ch. 143. 44,5□li. 144. 1,6□yd.
C.yd. 145. 10,8c.ft. 146. 3,44c.rd. 147. 10,6c.in. 148. 5,4c.ft.
Wochen 149. 16,8T. 150. 103,6St. 151. 406,5M. 152. 16,7St.
° 153. 3,4s. 154. 46,48′ 155. 55,8″ 156. 33,44″

5. Verwandlung von benannten D. Br. in benannte D. Br. höherer und niederer Werthe.

Beisp. 1. Wie viel (Dc.) gal. sind 0,4qt.?

Aufl. $0{,}4\text{qt.} = \frac{0{,}4\text{gal.}}{4} = 0{,}1\text{gal.}$

Beisp. 2. Wie viel ft. sind 3,6in.?

Aufl. $3{,}6\text{in.} = \frac{3{,}6\text{ft.}}{12} = 0{,}3\text{ft.}$

Beisp. 3. Wie viel ʒ sind 0,8ʒ?
Aufl. $0{,}8ʒ = 0{,}8 \times 8ʒ = 6{,}4ʒ$.
Beisp. 4. Wie viel T. sind 16,4 M.?

Aufl. $16{,}4\text{M.} = \frac{16{,}4\text{T.}}{1440} = 0{,}0114\ldots\text{T}$

Aufgaben. Verwandelt folgende Ausdrücke in:
$ 157. 4,4c. 158. 26,48c. 159. 5,5m. 160. 8c. 4,6m.
d. 161. 0,06£ 162. 3,6s. 163. 1£ 5,8s. 164. 3,5qr.
lb 165. 0,12T. 166. 0,17ctw. 167. 9,8oz. 168. 11,4dr.
pwt. 169. 0,16lb 170. 3,5oz. 171. 16,4gr. 172. 1oz.18,8gr.
ʒ 173. 0,04lb 174. 1,06ʒ 175. 2,6ȝ 176. 15,5gr.

gal. 177. 3,4qt. 178. 1,5pt. 179. 2qt.1,6pt. 180. 3,5gi.
bu. 181. 2,8ch. 182. 3,36pk. 183. 7,6qt. 184. 2pk.5,4qt.
yd. 185. 3,6qr. 186. 24,4na. 187. 15,4E.Fr. 188. 23,6E.En.
ft. 189. 2,88. 190. 3,4rd. 191. 5,6yd. 192. 3ft. 4,6in.
P. 193. 3,44□ch. 194. 0,08acr. 195. 45,4□ft. 196. 125,5□in.
ch. 197. 44,3li. 198. 26,8li. 199. 24,3ft. 200. 40ft. 8,8in.
acr. 201. 5,8□ch. 202. 36,4P. 203. 5□ch.44□li.
204. 8P. 40,5□ft.
C.ft. 205. 5,8C.yd. 206. 3,44C.yd. 207. 4,3C.rd.
208. 1065,5C.in.
Tagen. 209. 5,36 Wochen. 210. 10,24 Std. 211. 54,16 M.
212. 48,4 S.
213. 4,15° 214. 16,408° 215. 0,0024s. 216. 22,4″

§ 40. Procent-Rechnungen. Percentage.

1. Pro (per) heißt: für, von, durch, mit; und cent (centum) hundert.

Procent bedeutet demnach: für hundert. Da der Ausdruck: Procent, in der Folge sehr oft vorkommen wird, so werde ich hiefür die Abkürzung p. c. setzen. 1p.c. bedeutet den hundertsten Theil von irgend welchen Gegenständen. Ist von Personen, ℔, $ ꝛc. die Rede, so bedeutet 1p.c.: 1 Person von je 100 Personen; 1 ℔ von je 100 ℔; 1 $ von je 100 $; oder auch den 100ten Theil von je einem dieser Gegenstände.

Jedes p.c. ist demnach 1 Hunderttel=0,01; folglich 2p.c. =0,02; 25p.c.=0,25; 105p.c.=1,05 ꝛc.

Schreibet nun folgende Ausdrücke in Decimalform:

1. 8p.c. 2. 23p.c. 3. 10p.c. 4. 100p.c.
5. 110p.c. 6. 109p.c. 7. 20p.c. 8. 200p.c.

2. Bruchtheile von p.c. in Decimalform.

Beisp. 1. Was sind $\frac{1}{4}$ von 1p.c.?

Aufl. 1p.c.=0,01, folgl. $\frac{1}{4}$ von 1p.c.=$\frac{1}{4}\times 0{,}01=\frac{0{,}03}{4}=0{,}0075$.

Beisp. 2. Was sind $\frac{2}{3}$ von 1p.c.?

Aufl. $\frac{2}{3}$ von 1p.c.=$\frac{2\times 0{,}01}{3}=0{,}0066\ldots$

Verwandelt folgende Ausdrücke in Decimalform:

9. $\frac{1}{2}$p.c. 10. $\frac{1}{3}$p.c. 11. $\frac{3}{4}$p.c. 12. $\frac{1}{4}$p.c.
13. $8\frac{1}{2}$p.c. 14. $6\frac{7}{8}$p.c. 15. $5\frac{7}{12}$p.c. 16. $6\frac{1}{16}$p.c.

3. Den Betrag beliebiger p.c. einer ganzen Zahl zu finden.

Beisp. Was sind 6p.c. von 145?

Aufl. 6p.c. von 145=0,06×145=8,7; denn von jeder der 145 E. sind 0,06: folgl. von 145E.—145×0,06 zu nehmen.

Was sind

17. 5p.c. von 36? 18. 8p.c. von 111? 19. 6p.c. von 10?
20. 10p.c. v. 5? 21. 12p.c. v. 200? 22. 7p.c. v. 580?
23. 11p.c. v. 6430? 24. 6p.c. v. 5678? 25. $3\frac{1}{2}$p.c. v. 440?
26. $5\frac{2}{3}$p.c. v. 66? 27. $8\frac{3}{4}$p.c. v. 125? 28. $4\frac{1}{2}$p.c. v. 1000?

4. Bestimmung des Betrags beliebiger p.c. von Brüchen.

Beisp. 1. Was sind 8p.c. von $\frac{5}{6}$?

Aufl. 8p.c. von $\frac{5}{6}=\frac{0,08\times 5}{6}=0,066...$

Beisp. 2. Was sind $5\frac{1}{4}$p.c. von $15\frac{3}{4}$?

Aufl. $=0,058\times 15,75=0,9135$ oder $=\frac{0,058\times 63}{4}=0,9135.$

Was sind

29. 5p.c. v. $\frac{5}{8}$? 30. 8p.c. v. $\frac{3}{4}$? 31. 10p.c. v. $\frac{4}{5}$?
32. 15p.c. v. $\frac{7}{8}$? 33. 12p.c. v. $45\frac{5}{8}$? 34. 6p.c. v. $108\frac{1}{3}$?
35. $3\frac{1}{3}$p.c. v. $33\frac{1}{3}$? 36. $6\frac{3}{4}$p.c. v. $5\frac{4}{5}$? 37. $5\frac{1}{4}$p.c. v. $83\frac{7}{8}$?
38. $11\frac{2}{3}$p.c. von $225\frac{1}{16}$? 39. $15\frac{3}{4}$p.c. von $15\frac{3}{4}$?
40. $33\frac{1}{3}$p.c. von $85\frac{3}{100}$?

Praktische Aufgaben:

41. A. hatte 880 $ und verlor 6p.c. davon: wie viel blieb ihm übrig?
42. A. hatte $554\frac{4}{4}$ $ und gewann 8p.c. damit: wie viel hatte er nun?
43. A. hatte 660 Pferde und verkaufte 20p.c. derselben: wie viel blieben ihm noch?
44. Von 10000 $ gab A. $4\frac{1}{2}$p.c. an eine Schule und $5\frac{1}{2}$p.c. an ein Spital: wie viel blieben ihm übrig?
45. Mit 636 $ gewann A. $8\frac{1}{2}$p.c. derselben; und mit dem so vermehrten Vermögen $10\frac{1}{2}$p.c.: wie viel hatte er nun?
46. Von 1240 $ gab A. 10p.c. an ein Waisenhaus, und von dem verminderten Kapital $33\frac{1}{3}$p.c. an eine Schule: wie viel behielt er übrig?
47. A. und B. haben gleiche Kapitale, nämlich jeder $5324\frac{4}{4}$ $.

A. gewinnt mit dem seinigen 8½p.c., und B. 11¾p.c. Wie viel gewinnt B. mehr als A.?

48. A. hatte 845 $. 16⅔p.c. davon legte er aus für Zucker; 12½p.c. für Molasses; 44p.c. für Kaffe und den Rest für Thee: Für wie viele $ Thee hat er gekauft?

49. A. kaufte 6hhd. Zucker von je 588¾℔. 1¼p.c. ging davon verloren. Er verkaufte je 6℔ für 50c.: wie viel löste er?

50. A. kaufte 8hhd. Syrup, mit je 108½gal. à 44½c. 2½p.c. ging verloren. Er verkaufte je 3gal. zu 2 $: wie viel gewann er dabei?

5. Bestimmung der Zahl der p.c. aus Kapital ꝛc. und dessen Zuwachs oder Abgang?

Beisp. 1. A. gewinnt 105 $ mit 420 $: wie viel p.c. beträgt dieß?

Aufl. 420 $ Einlage = 105 $ Gewinn.

1 $ „ $= \frac{105\$}{420}$

100 $ „ $= \frac{105\$ \times 100}{420} = 25\$$ v. 100 $ = 25p.c.$

Beisp. 2. An 108 $ verliert A. 18 $: wie viel p.c. sind dieß?

Aufl. 108 $ Einlage = 18 $ Verlust

1 $ „ $= \frac{18\$}{108}$

100 $ „ $= \frac{18\$ \times 100}{108} = 16\frac{2}{3}$p.c.

Beisp. 3. Von 129¼ ℔ verliert A. 15⅓ ℔: wie viel p.c. beträgt dieß?

Aufl. 129¼ ℔ od. $\frac{47}{4}$ ℔ Einkauf $= \frac{47\text{℔}}{3}$ Verlust.

¼ ℔ „ $= \frac{47\text{℔}}{3 \times 517}$

1 ℔ „ $= \frac{47\text{℔} \times 4}{3 \times 517}$

100 ℔ „ $= \frac{47\text{℔} \times 4 \times 100}{3 \times 517} = 12\frac{4}{31}$p.c.

Aus obigen 3 Beisp. ersehet Ihr, daß man den Zuwachs oder Abgang des Kapitals, Einkaufs ꝛc. erst für 1 $, 1 ℔ ꝛc. be-

stimmt. (Enthält das Kapital einen Bruch, so wird erst auf einen Bruchtheil und von diesem auf 1E. geschlossen.) Ist dies geschehen, so hat man den Betrag für die E. mit 100 zu multipliciren, um die Zahl der p. c. zu erhalten.

Aufg. Wie viel p.c. beträgt es, wenn A.

51. 15$ gewinnt mit 375$? 52. 12$ verliert an 240$?
53. 11½$ „ „ 460$? 54. 30¼ „ „ 55$?
55. $4.80 „ „ 640$? 56. $19.80 „ „ $247.50?
57. $27.30 „ „ 840$? 58. $2.25 „ „ $2.25?
59. 4⅞lb „ „ 9¾lb? 60. 11½gal. „ „ 35½gal.?
61. 105 Schafe verliert von 1680 Schafen?
62. 20 Säcke Kaffe kauft mit je 165¾lb und 100lb davon verliert?
63. 1000bu. Weizen kauft, und durch Eingehen ꝛc. 55½bu. weniger ausmißt?
64. 5hhd. Molasses kauft mit je 95½gal. und 25gal. davon verliert?
65. 2500 □ft. Bretter kauft und durch Trocknen 175 □ft. davon verliert?
66. Eine hölzerne Platte hat, 6′8″ lang und 4′6″ breit, welche durch Trocknen 2″ von der Länge und 3″ von der Breite verliert?
67. Von einem Bauplatze, der 156′ Tiefe und 28′ Front hat, 18′ von der Länge und 3½′ von der Breite, verkauft?
68. Von einem Stein, der 4′3″ lang, 3′6″ breit und 1′6″ dick ist, ein Stück abnimmt, das 1′6″ im Cubus mißt?
69. Eine Grube, die 3yd. lang, 8′ breit und 4½′ tief ist, nach jeder Richtung 2′ erweitern läßt?
70. Von je 24 Stunden—7 St. 30 M. mit Schlafen verbringt?
71. Von 1000 £ täglich 8s. 2d. ausgiebt?
72. Zu 1ctw. 36lb noch 2ctw. 44lb fügt?
73. Zu einer goldenen Kette, welche aus 36 Gelenken besteht, von je 2½pwt. in Gewicht, noch 5 Gelenke mit je 3½pwt. fügen läßt?
74. Unter 42gal. 3qt. Wein, 11gal. 1qt. Wasser mischt?
75. Statt 5mi. in 2St. zu gehen, 10mi. in 3 St. geht?

§ 41. Zins oder Interessen. Interest.

Geld, oder sonstige Werthe, welche gegen eine gewisse Vergütung ausgeliehen werden, nennt man Kapital, Principal.

Die ausleihende Person ist ein Kapitalist, Gläubiger, Capitalist, Creditor. Die lehnende Person wird Schuldner, Debtor, genannt.

Die Vergütung, welche der Kapitalist von dem Schuldner erhält, wird bezeichnet durch Zins oder Interesse, Interest.

Die Zahl der p. c. die in jedem Lande für Kapitalien festgesetzt ist, heißt Zinsfuß, Rate.

In den meisten europäischen Staaten beträgt der gesetzliche Zinsfuß 5p.c.; in den Ver. Staaten N. A. von 6 bis 10p.c.

Der Zins wird immer dem Jahre nach berechnet; das Jahr aber wird dabei zu 360 Tagen und jeder Monat zu 30 Tagen angenommen. Geld leihen z. B. zu 6p.c. meint daher: sich verpflichten, für den einjährigen Gebrauch von 100 $, c., £, s. ꝛc. 6 $, c., £, s. ꝛc. Vergütung zu entrichten.

Steht ein Kapital mehre Jahre aus, ohne daß der Zins jährlich entrichtet wird, und wird blos von dem Kapital der mehrjährige Zins berechnet, von den rückständigen Zinsen aber nicht, so nennt man es einfaches Interesse, simple interest.

Wird dagegen am Schlusse jeden Jahres der Zins, als zinsbringendes Kapital, dem Hauptkapital beigerechnet, so wird es bezeichnet mit „Zins aus Zins" oder „Zinseszinsen," compound interest.

Bei Zinsrechnungen kommen 4 Hauptpunkte in Betracht, nämlich: Kapital, Zinsfuß, Zeit und Zins oder Interesse. Aus dreien dieser Angaben kann die 4te berechnet werden. (Später werden wir sehen, wie aus 3 Zahlengrößen überhaupt, die 4te, davon abhängende Größe, gefunden werden kann.) Es treten daher bei Zinsrechnungen 4 Fälle ein; es ist nämlich zu bestimmen

1. der Zins, aus Kapital, Zinsfuß und Zeit;
2. die Zeit, aus Kapital, Zinsfuß und Zins;
3. der Zinsfuß, aus Kapital, Zeit und Zins, und
4. das Kapital aus Zinsfuß, Zeit und Zins.

1. Kapital, Zinsfuß und Zeit sind gegeben: das Interesse zu finden.

Beisp. 1. Wie viel beträgt der Zins von 225 $ zu 6p.c. in 2 Jahren?

Aufl. $225 \$ \times 0{,}06 \times 2 = 27 \$$; denn
225 $ mit 0,06 multiplicirt, ergiebt das Interesse für 1 J.; das hieraus entstandene Product mit 2 multiplicirt, bestimmt es für 2 J.

Beisp. 2. Wie viel beträgt der Zins von 5£ 4s. zu 4¾p.c. in 3⅛ Jahren?

Aufl. $\frac{5{,}2£ \times 0{,}046 \times 10}{3} = 0{,}794£.$

Es ist natürlich, daß hier die s. erst zu £ reducirt, und die Bruchtheile von p.c. in Decimalform verwandelt werden müssen. Sind die Brüche, bei Zeit und Kapital, der Art, daß sie sich vollständig in einen Decimalbruch verwandeln lassen, wie 2tel, 4tel, 5tel, 8tel ꝛc., so ist dies vorzuziehen; sind aber die Nenner der Art, daß dies nicht geschehen kann, wie mit 3, 6, 7 ꝛc., so werden sie als gewöhnliche Brüche behandelt.

Aufgaben. Was ist das Interesse von

1. 300$ zu 6p.c. in 2J.?
2. 275$ zu 7p.c. in 3J.?
3. $187.50 zu 5p.c. in 4J.?
4. $340.50 zu 6½p.c. in 6J.?
5. $444.40 zu 5½p.c. in 5J.?
6. $660.60 zu 8p.c. in 3½J.?
7. $375.75 zu 10p.c. in 4½J.?
8. 225£ zu 6½p.c. in 3¾J.?
9. 45¾£ zu 5½p.c. in 2⅔J.?
10. 106£ 8s. zu 6⅜p.c. in 1¾J.?
11. 124£15s. zu 8¾p.c. in 4½J.?
12. 4s. zu ¼p.c. in ¼J.?
13. 3⅓$ zu 3⅓p.c. in 3⅓J.?
14. 6¼c. zu 6¼p.c. in 6¼J.?
15. 5½c. zu 5½p.c. in 5½J.?
16. 33⅓$ zu 33⅓p.c. in 3⅓J.?

Wie viel betragen Kapital und Interesse zusammen (amount) von

17. 420$ zu 5½p.c. in 2J.?
18. $305.75 zu 6¼p.c. in 3J. 3M.
19. $555.55 zu 5,5p.c. in 5,5 J.?
20. $85.87½ zu 8⅜p.c. in 4 J. 4 Mt.?
21. $106.37½ zu 3½p.c. in 3 J. 6 Mt.?
22. $12.12½ zu 6½p.c. in 6½J.?
23. 145£12s. zu 8⅜ p.c. in 3⅔J.?
24. 206£5s. zu 4¾p.c. in 2,6J.?

Beisp. 1. Wie viel beträgt das Interesse von $125.25 zu 5¾ p.c. in 24 Tagen?

Aufl. $\frac{\$125{,}25 \times 0{,}0575 \times 24}{360} = \$0{,}48...$

Beisp. 2. Wie viel betragen Kapital und Zins von 336£15s. zu 8⅓ p.c. in 5 Mt. 10 T.?

Aufl. $\frac{336{,}75£ \times 0{,}0866 \times 160}{360} = 12{,}961...£ + 336{,}75£ = 349{,}711£.$

Es ist natürlich, daß in Fällen, wie Beisp. 1 und 2, das Product aus Kapital und rate durch 360 dividirt und mit der Zahl der Tage multiplicirt werden muß; ist dagegen die Zeit in

Monaten ausgedrückt, so wird das Product aus Kapital und rate durch 12 dividirt und mit der Zahl der Monate multiplicirt.

Aufg. Wie viel beträgt der Zins von

25. 108$ zu 6p.c. in 1 Mt.? 26. 115$ zu 8½p.c. in 2Mt.?
27. $36,75 zu 4½p c. in 5M.? 28. $83,87½ zu 5½p.c. in 7 M.?
29. $112,12½ zu 6⅔p.c. in 10 Mt.?
30. $40,40 zu 4½p.c. in 1 J. 3 Mt.?
31. $66,66⅔ zu 6⅔p.c. in 6⅓Mt.?
32. $88,88 zu 8,8p.c. in 8⅓ Mt.?
33. 25c. zu 5p.c. in 5½Mt.? 34. 12½c. zu 12½p.c. in 2½Mt.?
35. 45½£ zu 6p.c. in 2J.5M.? 36. 106£12s.zu5p.c.in3J.7M.?
37. 44$ zu 8p.c. in 1T.? 38. $106,25 zu 33⅓p.c. in 5T.?
39. $55,12½ zu 5½p.c. in 24T.? 40. $75.62½zu6⅔p.c.in1M.10T.
41. $136,87½ zu 6½p.c. in 3Mt. 15T.
42. $88,62½zu10p.c.in7M.7T. 43. 25c. zu 5p.c. in 5 M. 25 T.?
44. 12½c. zu 12½p.c.in12½T.? 45. 6½c. zu 6½p.c. in 6½T.?
46. 33⅓c. zu 33⅓p.c.in33⅓T.? 47. 85£8s. zu 5¾p.c. in 5M.5T.?
48. 103£ 15s. zu 103p.c. in 11Mt. 11T.?
49. $205,25 zu 8p.c. in 1J. 4M. 15T.?
50. $645,87½ zu 6p.c. in 1J. 9Mt. 10T.?
51. $824,12½ zu 7p.c. in 2J. 5Mt. 20T.?
52. 10c. zu 10p.c. in 10T.? 53. 1c. zu 1p.c. in 1T.?
54. 66£ zu 6p.c. in 2J. 5Mt. 5T.?
55. 110£ 10s. zu 5½p.c. in 3J. 3Mt. 3T.?
56. 205£ 5s. zu 6p.c. in 4J. 4Mt. 4T.?

Was betragen Kapital und Interesse zusammen von

57. $460,50 zu 8p.c. in 2J. 5Mt. 10T.?
58. $2400,00 zu 7½p.c. in 3J. 5Mt. 17T.?
59. $216,00 zu 6⅔p.c. in 5J. 5Mt. 5T.?
60. $4,32 zu 7p.c. in 7J. 8Mt. 20T.?

Was ist das Interesse von

61. 455$ zu 8p.c. vom 1. Jan. bis 1. Juli?
62. 260$ zu 7p.c. vom 1. Sept. bis 1. December?
63. 250$ zu 8p.c. vom 1. Februar bis 16. October?
64. 530$ zu 6p.c. vom 1. Jan. 1857 bis 1. Jan. 1858?
65. 600$ zu 6p.c. vom 1. September 1858 bis 17. Oct. 1859?
66. $234,60 zu 5½p.c. vom 2. August 1855 bis 9. März 1858?
67. $153.80 zu 5p.c. vom 25. Oct. 1858 bis 24. Juli 1859?
68. 150$ zu 6p.c. vom 9. Jan. 1855 bis 19. Apr. 1857?
69. 340$ zu 6p.c. vom 8. Jan. 1855 bis 28. Aug. 1857?

70. 500$ zu 6p.c. vom 15. Febr. 1858 bis 1. Oct. 1860?
71. A. hat 2 Noten (Schuldscheine) gegen B. Die erste ist für $375.83, datirt vom 19. Jan. 1856 und die andere für $76.19 vom 23. Apr. 1857. Wie viel betragen Kapital und Interesse von beiden Noten am 1. Jan. 1858 zu 6p.c.
72. Wie viel betragen Kapital und Interesse zusammen von 2 Noten, wovon die eine für $379.78 vom 3. Dec. 1857 datirt und am 23. Aug. 1859 fällig und zu 7¼p.c. verzinslich ist; die andere aber für $175.08 zu 7p.c. verzinslich, vom 7. Mai 1855 datirt und am 25. Sept. 1858 fällig ist?
73. Wie viel beträgt der Unterschied der Interessen von $976.18 pro $\frac{\text{29. Jan. 1857}}{\text{4. Juli 1858}}$ zu 12p.c. u. $176.17 pro $\frac{\text{19. Juni 1855}}{\text{17. Sept. 1859}}$ zu 9¼p.c. ?
74. Wie viel beträgt der Unterschied von Kapital und Zins zwischen $89.96 pro $\frac{\text{19. Juni 1856}}{\text{9. Dec. 1857}}$ zu 8¼ p.c. und 160$ pro $\frac{\text{11. Dec. 1855}}{\text{9. Sept. 1856}}$ zu 7p.c.?

Abschlagszahlungen. Partial Payments.

Wenn ein Schuldner mehre theilweise Zahlungen zu verschiedenen Zeiten entrichtet, so werden solche Zahlungen durch Abschlags- oder partielle Zahlungen, bezeichnet.

In den Ver. St. N. A. gilt folgendes Gesetz hierüber:

Wird an einem gewissen Tage eine Abschlagszahlung an einer Schuld entrichtet, so wird das Interesse bis zu diesem Tage berechnet. Beträgt nun die Abschlagszahlung mehr als das Interesse, so wird Kapital und Zins addirt und die Abschlagszahlung davon subtrahirt. Der dadurch entstandene Rest bildet das verminderte Kapital. Beträgt aber die Abschlagszahlung weniger als das Interesse bis zu diesem Tage, so wird dieselbe blos notirt, bis weitere Zahlungen stattfinden, welche mit der 1ten zusammengenommen, mehr betragen, als der Zins bis zu dem Tage, da die letzte Abschlagszahlung gemacht wird. Nun wird, wie im ersten Falle, das Interesse zu dem Kapital addirt und von dieser Summe die Summe der Abschlagszahlungen abgezogen. Der dadurch entstandene Rest bildet nun das verminderte Kapital. Auf diese Weise wird verfahren bis zu der letzten Abrechnung.

Beisp. $365.50. St. Louis, Jan. 1. 1854.

Für empfangenen Werth, verspreche ich auf Verlangen zu bezahlen an N. N. oder Anweisung, Drei hundert fünf und sechzig Dollars und fünfzig Cents, mit 6p.c. Interesse von obigem Datum. A. B.

An dieser Note wurden folgende Abschlagszahlungen entrichtet:

Den 10. Juni	1854	Fünfzig	Dollars
" 8. Dec.	1854	Dreißig	"
" 25. Sept.	1855	Sechzig	"
" 4. Juli	1856	Neunzig	"
" 1. Aug.	1857	Zehn	"
" 2. Dec.	1857	Ein hundert	"

Wie viel bleibt zu bezahlen den 7. Jan. 1859?

Aufl. Kapital		$365.50
Zins pro. 1. Jan. 1854 / 10. Juni 1854	(5 Mt. 9 T.)	9.68
	Summe	375.18
1te Abschlagszahlung d. 10. Juni 1854		50.00
Vermindertes Kapital		325.18
Zins pro. 10. Juni 1854 / 8. Dec. 1854	(5 Mt. 28 T.)	9.64
	Summe	334.82
2te Abschlagszahlung d. 8. Dec. 1854		30.00
Vermindertes Kapital		304.82
Zins pro. 8. Dec. 1854 / 25. Sept. 1855	(9 Mt. 17 T.)	14.58
	Summe	319.40
3te Abschlagszahlung d. 25. Sept. 1855		60.00
Vermindertes Kapital		259.40
Zins pro. 25. Sept. 1855 / 4. Juli 1856	(9 Mt. 9 T.)	12.06
	Summe	271.46
4te Abschlagszahlung d. 4. Juli 1856		90.00
Vermindertes Kapital		181.46
Zins pro. 4. Juli 1856 / 2. Dec. 1857	(16 Mt. 28 T.)	15.36
	Summe	196.82

70. 500$ zu 6p.c. vom 15. Febr. 1858 bis 1. Oct. 1860?
71. A. hat 2 Noten (Schuldscheine) gegen B. Die erste ist für $375.83, datirt vom 19. Jan. 1856 und die andere für $76.19 vom 23. Apr. 1857. Wie viel betragen Kapital und Interesse von beiden Noten am 1. Jan. 1858 zu 6p.c.
72. Wie viel betragen Kapital und Interesse zusammen von 2 Noten, wovon die eine für $379.78 vom 3. Dec. 1857 datirt und am 23. Aug. 1859 fällig und zu 7¼p.c. verzinslich ist; die andere aber für $175.08 zu 7p.c. verzinslich, vom 7. Mai 1855 datirt und am 25. Sept. 1858 fällig ist?
73. Wie viel beträgt der Unterschied der Interessen von $976.18 pro $\frac{\text{29. Jan. 1857}}{\text{4. Juli 1858}}$ zu 12p.c. u. $176.17 pro $\frac{\text{19. Juni 1855}}{\text{17. Sept. 1859}}$ zu 9¾p.c.?
74. Wie viel beträgt der Unterschied von Kapital und Zins zwischen $89.96 pro $\frac{\text{19. Juni 1856}}{\text{9. Dec. 1857}}$ zu 8¼ p.c. und 160$ pro $\frac{\text{11. Dec. 1855}}{\text{9. Sept. 1856}}$ zu 7p.c.?

Abschlagszahlungen. Partial Payments.

Wenn ein Schuldner mehre theilweise Zahlungen zu verschiedenen Zeiten entrichtet, so werden solche Zahlungen durch Abschlags- oder partielle Zahlungen, bezeichnet.

In den Ver. St. N. A. gilt folgen[illegible] Gesetz hier[illegible]

Wird an einem gewissen Tage [illegible]bschlag[illegible] einer Schuld entrichtet, so wird [illegible]esse [illegible]n Tage berechnet. Beträgt nun di[illegible] als das Interesse, so wird Kapito[illegible] schlagszahlung davon subtro[illegible] bildet das vermindert[illegible] schlagszahlung wenig[illegible] so wird dieselbe blos[illegible] welche mit der 1ten [illegible] Zins bis zu dem T[illegible] wird. Nun wird [illegible] Kapital addirt [illegible] schlagszahlunge[illegible] det nun das [illegible] wird verfahre[illegible]

Für empfangenen Werth, verspreche ich auf Verlangen zu bezahlen an N. N. oder Anweisung, Drei hundert fünf und sechzig Dollars und fünfzig Cents, mit 6p.c. Interesse von obigem Datum. A. B.

An dieser Note wurden folgende Abschlagszahlungen entrichtet:

Den 10. Juni	1854	Fünfzig	Dollars
" 8. Dec.	1854	Dreißig	"
" 25. Sept.	1855	Sechzig	"
" 4. Juli	1856	Neunzig	"
" 1. Aug.	1857	Zehn	"
" 2. Dec.	1857	Ein hundert	"

Wie viel bleibt zu bezahlen den 7. Jan. 1859 ?

Aufl. Kapital	$365.50
Zins pro. $\frac{\text{1. Jan. 1854}}{\text{10. Juni 1854}}$ (5 Mt. 9 T.)	9.68
Summe	375.18
1te Abschlagszahlung d. 10. Juni 1854	50.00
Vermindertes Kapital	325.18
Zins pro. $\frac{\text{10. Juni 1854}}{\text{8. Dec. 1854}}$ (5 Mt. 28 T.)	9.64
Summe	334.82
2te Abschlagszahlung d. 8. Dec. 1854	30.00
Vermindertes Kapital	304.82
Zins pro. $\frac{\text{8. Dec. 1854}}{\text{25. Sept. 1855}}$ (9 Mt. 17 T.)	14.58
Summe	319.40
gszahlung d. 25. Sept. 1855	60.00
Vermindertes Kapital	259.40
pro. $\frac{\text{25. Sept. 1855}}{\text{4. Juli 1856}}$ (9 Mt. 9 T.)	12.06
Summe	271.46
szahlung d. 4. Juli 1856	90.00
dertes Kapital	181.46
pr $\frac{\text{1856}}{\text{1857}}$ (16 Mt. 28 T.)	15.36
Summe	196.82

70. 500$ zu 6p.c. vom 15. Febr. 1858 bis 1. Oct. 1860?
71. A. hat 2 Noten (Schuldscheine) gegen B. Die erste ist für $375.83, datirt vom 19. Jan. 1856 und die andere für $76.19 vom 23. Apr. 1857. Wie viel betragen Kapital und Interesse von beiden Noten am 1. Jan. 1858 zu 6p.c.
72. Wie viel betragen Kapital und Interesse zusammen von 2 Noten, wovon die eine für $379.78 vom 3. Dec. 1857 datirt und am 23. Aug. 1859 fällig und zu 7½p.c. verzinslich ist; die andere aber für $175.08 zu 7p.c. verzinslich, vom 7. Mai 1855 datirt und am 25. Sept. 1858 fällig ist?
73. Wie viel beträgt der Unterschied der Interessen von $976.18 pro $\frac{\text{29. Jan. 1857}}{\text{4. Juli 1858}}$ zu 12p.c. u. $176.17 pro $\frac{\text{19. Juni 1855}}{\text{17. Sept. 1859}}$ zu 9½p.c.?
74. Wie viel beträgt der Unterschied von Kapital und Zins zwischen $89.96 pro $\frac{\text{19. Juni 1856}}{\text{9. Dec. 1857}}$ zu 8½ p.c. und 160$ pro $\frac{\text{11. Dec. 1855}}{\text{9. Sept. 1856}}$ zu 7p.c.?

Abschlagszahlungen. Partial Payments.

Wenn ein Schuldner mehre theilweise Zahlungen zu verschiedenen Zeiten entrichtet, so werden solche Zahlungen durch **Abschlags-** oder **partielle** Zahlungen, bezeichnet.

In den Ver. St. N. A. gilt folgendes Gesetz hierüber:

Wird an einem gewissen Tage eine Abschlagszahlung an einer Schuld entrichtet, so wird das Interesse bis zu diesem Tage berechnet. Beträgt nun die Abschlagszahlung **mehr** als das Interesse, so wird Kapital und Zins addirt und die Abschlagszahlung davon subtrahirt. Der dadurch entstandene Rest bildet das **verminderte Kapital**. Beträgt aber die Abschlagszahlung **weniger** als das Interesse bis zu diesem Tage, so wird dieselbe blos notirt, bis weitere Zahlungen stattfinden, welche mit der 1ten zusammengenommen, mehr betragen, als der Zins bis zu dem Tage, da die letzte Abschlagszahlung gemacht wird. Nun wird, wie im ersten Falle, das Interesse zu dem Kapital addirt und von dieser Summe die Summe der Abschlagszahlungen abgezogen. Der dadurch entstandene Rest bildet nun das **verminderte Kapital**. Auf diese Weise wird verfahren bis zu der letzten Abrechnung.

Beisp. $365.50. St. Louis, Jan. 1, 1854.

Für empfangenen Werth, verspreche ich auf Verlangen zu bezahlen an N. N. oder Anweisung, Drei hundert fünf und sechzig Dollars und fünfzig Cents, mit 6p.c. Interesse von obigem Datum. A. B.

An dieser Note wurden folgende Abschlagszahlungen entrichtet:

Den 10. Juni	1854	Fünfzig	Dollars
„ 8. Dec.	1854	Dreißig	„
„ 25. Sept.	1855	Sechzig	„
„ 4. Juli	1856	Neunzig	„
„ 1. Aug.	1857	Zehn	„
„ 2. Dec.	1857	Ein hundert	„

Wie viel bleibt zu bezahlen den 7. Jan. 1859?

Aufl. Kapital		$365.50
Zins pro. 1. Jan. 1854 / 10. Juni 1854	(5 Mt. 9 T.)	9.68
	Summe	375.18
1te Abschlagszahlung d. 10. Juni 1854		50.00
Vermindertes Kapital		325.18
Zins pro. 10. Juni 1854 / 8. Dec. 1854	(5 Mt. 28 T.)	9.64
	Summe	334.82
2te Abschlagszahlung d. 8. Dec. 1854		30.00
Vermindertes Kapital		304.82
Zins pro. 8. Dec. 1854 / 25. Sept. 1855	(9 Mt. 17 T.)	14.58
	Summe	319.40
3te Abschlagszahlung d. 25. Sept. 1855		60.00
Vermindertes Kapital		259.40
Zins pro. 25. Sept. 1855 / 4. Juli 1856	(9 Mt. 9 T.)	12.06
	Summe	271.46
4te Abschlagszahlung d. 4. Juli 1856		90.00
Vermindertes Kapital		181.46
Zins pro. 4. Juli 1856 / 2. Dec. 1857	(16 Mt. 28 T.)	15.36
	Summe	196.82

5te Abschlagsz. d. 1. Aug. (wenig. als d. Zins)	$10.00	}	110.00
6te " d. 2. Dec. 1857	100.00	}	
Vermindertes Kapital			86.82
Zins pro $\frac{\text{2. Dec. 1857}}{\text{7. Jan. 1859}}$ (13 Mt. 5T.)			5.71
Schuldig den 7. Jan. 1859			$92.53

Aufgaben.

75. St. Louis, Jan. 1. 1855.

Auf Verlangen, verspreche ich zu bezahlen an N. N. oder Order, die Summe von Sechs hundert Dollars, für empfangenen Werth, mit 6p.c. Interesse von obigem Datum.

X. Y.

Folgende Abschlagszahlungen sind obiger Note endossirt:
Den 1. Juli 1855 Ein hundert achtzehn Dollars
" 1. Jan. 1856 Fünf und sechszig "
" 1. Sept. 1856 Zwölf "
" 1. Febr. 1857 Ein hundert sieben und sechzig D. 25c.
" 16. März 1857 Ein hundert zwei Dollars 25c.
" 1. Nov. 1857 Sieben Dollars 50c.
Wie viel war schuldig den 1. Jan. 1858?

76. St. Louis, Juli 1. 1855.

Schuldig 500 $ mit 6p.c. Interesse vom Datum.
An obiger Summe empfangen: den 1. Jan. 1856 $215; den 1. Febr. 1856 $121.50.
Wie viel betrug die Schuld am 1. Jan. 1857?

77. New-York, Mai 1. 1853.

Schuldig $400.00 verzinslich zu 6p.c. vom Datum. Endossirt sind hierauf

1. Dec. 1853	$114.00	1. Juli 1854	$10.00
1. Nov. 1854	58.50	16. Aug. 1855	59.78
1. Juni 1856	8.00		

Wie viel war noch zu bezahlen am 16. März 1857?

78. Cincinnati, Mai 1. 1854.

Schuldig $600.00 zu 8p.c. verzinslich. Endossirt hierauf sind:

1. Sept. 1854	$116.00	1. März 1855	$120.00
16. Nov. 1855	16.00	1. Febr. 1856	113.33⅓
16. Juni 1856	8.00	1. Sept. 1857	130.00

Wie viel betrug die Schuld den 1. Jan. 1858?

79. Boston, April 1. 1852.

Schuldig $900.00 zu 6p.c. verzinslich, mit folgenden Abschlagszahlungen:

16. Jan. 1853	$ 40.00	1. Nov. 1853	$45.50
1. Juli 1854	336.00	1. Jan. 1855	16.00
16. Sept. 1856	227.50	16. Febr. 1857	9.00

Was war noch zu bezahlen den 16. Nov. 1857?

80. Philadelphia den 1. April 1853.

Schuldig $1000.00 zu 6p.c. verzinslich; endossirt wie folgt:

16. Aug. 1853	$ 20.50	1. Dec. 1853	$15.50
16. März 1854	121.50	1. Sept. 1854	20.00
11. Febr. 1855	328.75	20. Mai 1855	9.00
1. März 1856	329.00	16. Dec. 1856	14.10

Wie viel war noch schuldig den 1. Juli 1857?

2. Kapital, Zinsfuß und Interesse sind gegeben: die Zeit zu finden.

Beisp. 1. 400$ zu 8p.c. ertragen 80$ Zins—in welcher Zeit?

Aufl. 400$ zu 8p.c. in 1 J.=$400×0,08=32$ Zins; daher 32$ Zins = 1 J.

$$1\$ \text{ „ } = \frac{1 \text{ J.}}{32}$$

$$80\$ \text{ „ } = \frac{80 \times 1 \text{ J.}}{32} = 2\tfrac{1}{2} \text{ J.}$$

Probe: 400$×0,08×2,5=80$ Zins.

Beisp. 2. $247.50 zu 6p.c. tragen $17,325 Zins—in welcher Zeit?

Aufl. $247.50 zu 6p.c. in 1 J.=$247,50×0,06=$14,85 Zins; daher $14,85 oder

$$1485\text{c. Zins} = 1 \text{ J.}$$

$$1\text{c. „ } = \frac{1 \text{ J.}}{1485}$$

$$1732{,}5\text{c. „ } = \frac{1 \text{ J.} \times 1732{,}5}{1485} = \frac{38{,}5 \text{ J.}}{33} = 1 \text{ J. } 2 \text{ Mt.}$$

Probe: $\frac{\$247{,}50 \times 0{,}06 \times 7}{6} = \$17{,}325$ Zins.

Aus diesen Beispielen ersehet Ihr, daß aus dem gegebenen Kapital und Zinsfuß erst der Zins für 1 J. bestimmt wird. Von der Mehrheit an $, c. ꝛc. des jährlichen Zinses schließt man auf

die Zeit, welche 1$, 1c. ꝛc. deſſelben erfordert und multiplicirt dieſes Reſultat mit der Zahl der $, c. ꝛc. des gegebenen Zinſes.

Aufgaben. In wie viel Zeit ertragen

81. $480,00 zu 5p.c. $48,00 Zins?
82. $220,00 zu 9p.c. $33,00 Zins?
83. $400,00 zu 6p.c. $80,00 Zins?
84. $600,00 zu 6p.c. $130,00 Zins?
85. $250,00 zu 6p.c. $52,00 Zins?
86. $3675,00 zu 7p.c. $771,75 Zins?
87. $651,00 zu 6p.c. $26,04 Zins?
88. $8975,00 zu 6p.c. 448,75 Zins?
89. $180,00 zu 8p.c. $3,88 Zins?
90. $340,00 zu 7p.c. $71,40 Zins?
91. $346,50 zu 6p.c. $34,65 Zins?
92. $3836,40 zu 9p.c. 850,92 Zins?
93. $375,40 zu 6p.c. $105,112 Zins?
94. $125,90 zu 4½p.c. $41,547 Zins?
95. $387,60 zu 6p.c. $112,094 Zins?
96. $874,40 zu 6p.c. $227,344 Zins?

In welcher Zeit, wachſen Kapital ſammt Zinſen, von

97. $550,00 bei 8p.c. zu der Summe von 800$?
98. $840,00 „ 10 „ „ „ „ „ 1000$?
99. $320,50 „ 8 „ „ „ „ „ 400$?
100. $175,75 „ 8½ „ „ „ „ „ 200$?
101. 10c. „ 10 „ „ 1$?
102. 6¼c. „ 12½ „ „ 12½c.?

Beiſp. Wie lange wird es irgend eine Summe nehmen, den 4ten Theil von ſich ſelbſt zu erzeugen, bei 8p.c.?

Aufl. Ich ſetze das unbekannte Kapital=100$, (mithin den 4ten Theil=25$) dann ergibt ſich:

100$ zu 8p.c. in 1J.=100$×0,08=8$ Zins; daher

$$8\$ \text{ Zins} = 1\text{J.}$$

$$1\$ \quad „ \quad = \frac{1\text{J.}}{8}$$

$$25\$ \quad „ \quad = \frac{1\text{J.} \times 25}{8} = 3\tfrac{1}{8}\text{J.} = 3\text{J. } 1\text{Mt. } 15\text{T.}$$

Wie mit 100$, ſo verhält es ſich mit irgend einem beliebigen Kapital, unter denſelben Bedingungen. Wählen wir

Beisp. 2. In welcher Zeit wird irgend ein Kapital zu 12p.c. sich um sein Drittel vermehren?

Aufl. Setzen wir 30 $ als Kapital, so ist:

30$ zu 12p.c. in 1 J. $=30\$ \times 0{,}12 = \$3{,}60$ Zins; daher

\$3.60c. od. 360c. Zins $=$ 1J.

1c. „ $= \frac{1}{360}$

1000c. „ $= \frac{1 \text{J.} \times 1000}{360} = 2\text{J. } 9\text{Mt. } 10\text{T.}$

(Die allgemeinen Formeln für [x=100 angenommen]

Beisp. 1. $0{,}08x = 1\text{J.}$ $0{,}01x = \frac{1}{8}\text{J.}$ $0{,}25x = \frac{1\text{J.} \times 25}{8} = 3\frac{1}{8}\text{J.}$

Beisp. 2. $0{,}12x = 1\text{J.}$ $0{,}01x = \frac{1}{12}\text{J.}$ $0{,}33\frac{1}{3}x = \frac{1\text{J.} \times 33\frac{1}{3}}{12} = 2\text{J.}$ ꝛc.)

Aufgaben. Wie lange wird es irgend eine Summe nehmen, bei

103. 6p.c. $\frac{1}{4}$ von sich selbst zu erzeugen?
104. 7 „ $\frac{1}{3}$ „ „ „ „ „
105. 8 „ die Hälfte von sich selbst zu erzeugen?
106. 12 „ $\frac{1}{6}$ „ „ „ „ „
107. $6\frac{1}{2}$ „ $\frac{1}{13}$ „ „ „ „ „
108. $8\frac{3}{4}$ „ $\frac{1}{17\frac{1}{2}}$ „ „ „ „ „
109. 10 „ sich zu verdoppeln?
110. $33\frac{1}{3}$p.c. sich zu verdreifachen?

3. Kapital, Zeit und Zins sind gegeben: den Zinsfuß zu finden.

Beisp. 1. 80 $ ertragen in 2 Jahren 8 $ Zins—bei welchem Zinsfuß?

Aufl. Zins von 80$ in 2J.$=$8$ daher 80$$=4Zins

1J.$=\frac{1}{2}$\$$=4. 1$$=\frac{4}{80}$

$100\$ = \frac{4\$ \times 100}{80} = 5\$$ (5p.c.)

Beisp. 2. 440$ ertragen in 2J. 4Mt. 84$ Zins—bei welchem Zinsfuß?

Aufl. Z. v. 440$ in 28Mt.$=$84$. daher 440$$=36Z.

„ 1 „ $=\frac{84}{28}$\$ 1$$=\frac{36}{440}$

1J. $=\frac{84\$ \times 12}{28} = 36\$$. $100\$ = \frac{36\$ \times 100}{440} = 8\frac{2}{11}$p.c.

Beisp. 3. $5,50 ertragen in 60 T. 5½c. Zins—bei welchem Zinsfuß?

Aufl. Zins in 60 T.=5,5c. daher $5,50 od. 550c.=33c. Zins

1 „ =5,5c. 1c.=33c.

60. 550

1 J. = $\frac{5{,}5\text{c.} \times 360}{60} = 33\text{c.}$ 100c.=33c.×100 / 555 =6p.c.

Aus diesen 3 Beispielen folgt:

Bestimmt erst den Zins des gegebenen Kapitals für 1 Jahr; dann schließet von der Summe der $, c. ꝛc. des gegebenen Kapitals auf die Einheit und von dieser auf 100.

Aufgaben: Bei welchem Zinsfuß ertragen

111. $400,00 in 3J. $70,00 Zins?
112. $660,00 in 4J. $211,20 Zins?
113. $600,00 in 4J. $144,00 Zins?
114. $247,50 in 1J. 2Mt. $17,325 Zins?
115. $220,00 in 1J. 8Mt. $33,00 Zins?
116. $1000,00 in 2J. 8Mt. $160,00 Zins?
117. $360,00 in 67T. $4,69 Zins?
118. $300,00 in 5Mt. 17T. $12.52 5 Zins?
119. $340,00 in 2J. 7Mt. 20T. $80,75 Zins?
120. $108,00 in 2J. 5Mt. 19T. $26,67 Zins?
121. $250,00 in 3J. 5Mt. 18T. $52,00 Zins?
122. $375,40 in 4J. 8Mt. $105,11 2Zins?
123. $1165,50 in 5J. 3Mt. 9T. $430,36 Zins?
124. $979,15 in 3J. 2Mt. 4T. $388,94 Zins?

4. Zinsfuß, Zeit und Zins sind gegeben: das Kapital zu finden.

Beisp. Welches Kapital wird in 2 J. bei 8p.c. $56,00 Int. tragen?

Aufl. 100$ Kapit. zu 8p.c. in 2J.=100$×0,08×2=16$ Int., daher 16$ Int. = 100$ K.

1$ „ = $\frac{100}{16}$$ „

56$ „ = $\frac{100\$ \times 56}{16} = 350\$$ Kapital.

Beisp. 2. Welches Kapital wird in 5J. 7Mt. 27T. bei 10p.c. $122,22 Interessen tragen?

Aufl. 100$ in 5J. ꝛc. bei 10p.c. $= \frac{100\$ \times 0{,}10 \times 2037}{360} =$
$56,58 Int., daher
$56,58 od. 5658c. Int. = 10000c. K.
1c. „ $= \frac{10000}{5658}$ c. „
12222c. „ $= \frac{10000\text{c.K.} \times 12222}{5658} = \$216{,}01\ldots$ Kapit.

Aus diesen Beisp. folgt:

Man berechnet erst den Zins von einem beliebigen Kapital, etwa 100 $ für die gegebene Zeit und nach dem gegebenen Zinsfuß. Dann schließt man von der gefundenen Summe an $, c. ꝛc. des Zinses auf 1 $, c. ꝛc. desselben und von der Einheit auf die gegebene Summe des Zinses.

Aufgaben. Welches Kapital erträgt, bei

125. 8p.c. in 3J. $60,00 Int.? 126. 6p.c. in 5J. $165,00 Int.?
127. 6p.c. in $2\frac{1}{2}$J. $60,00 Int.?
128. 5p.c. in 3J. 3Mt. $130,00 Int.?
129. 6p.c. in 4J. 3Mt. $24,225 Int.?
130. 8p.c. in 3J. 6Mt. $5,11 Int.?
131. 9p.c. in 1J. 8Mt. $42,00 Int.?
132. 6p.c. in 2J. 6Mt. $195,00 Int.
133. 12p.c. in 8Mt. 17T. $22,47 Int.?
134. 6p.c. in 3J. 5Mt. 19T. $87,43 Int.?
135. 6p.c. in 3J. 5Mt. 18T. $52,00 Int.?
136. 6p.c. in 1J. 4Mt. 6T. $7,20 5 Int.?

5. Zins aus Zins; Compound Interest.

Beisp. Wie viel betragen die Zinseszinsen von $300,00 in 2 J. 5 Mt. 15 T. bei 8p.c.?

Aufl. Int. für das 1. J. $300,00 × 0,08 = $24,00
Kap. „ „ 2. J. $324,00
Int. „ „ 2. J. $324,00 × 0,08 = $25,92
Kap. „ $5\frac{1}{2}$Mt. $349,92
Int. „ $5\frac{1}{2}$ „ $\frac{\$349{,}92 \times 0{,}08 \times 5{,}5}{12}$ $12,83
Summe der Zinses-Zinsen $62,75

Aufg. Wie viel betragen die Zinseszinsen von

137. $400,00 zu 6p.c. in 4J.?
138. $640,00 zu 8p.c. in 3J. 5Mt.?
139. $1000,00 zu 10p.c. in 5J. 5Mt. 15T.?

140. $1,00 zu 10p.c. in 10J.? 141. $5,00 zu 5p.c. in 5J. 5M. 5T.
142. $860,00 zu 12½p.c. in 4J. 7Mt. 24T.?
143. $100,00 zu 8½p.c. in 3J. 9Mt. 12T.?
144. 1c. zu 10p.c. in 10J.?

§ 42. Discontiren. Discount

Discontiren heißt: ab- weg- aus-zählen.

Von einer Summe, welche nach einer gewissen Zeit zahlbar ist, wird nämlich so viel abgezogen, als die verminderte Summe in dieser Zeit Int. tragen würde. Die so verminderte Summe wird „jetziger Werth" genannt. Z. B. Ein Schuldschein von 108 $ zahlbar nach 1. J. ist heute blos 100 $ werth, wenn Geld zu 8p.c. verliehen wird; denn 100 $ heute zu Zinsen angelegt, werden in 1. J. 8 $ Int. tragen. 100 $ wäre demnach der jetzige Werth für obige 108 $. Die Summe von 108 $, so wie überhaupt irgend welche Summe, zahlbar nach einer gewissen Zeit, kann daher immer betrachtet werden als Kapital sammt Int. (amount.) Discontiren ist deshalb gleichbedeutend mit: „das Kapital bestimmen, wenn Zeit und Kapital sammt Int. (amount) gegeben sind."

Beisp. 1. Was ist der jetzige Werth von 180 $, zahlbar nach 6Mt.; wenn Geld zu 8p.c. ausgeliehen wird?

Aufl. 100$ zu 8p.c. in 6Mt. $= 100 \times 0{,}08 \times 0{,}5 = 4$ $ Int.

daher: 104$ K.u.J. = 100$ K. + 100$ Kap.

1$ „ $= \frac{100}{104}$ $

104$ K.u.J.

180$ „ $= \frac{100\$ \times 180}{104} = \$173{,}07\ldots$ K. (jetziger Werth.)

Probe: $173,07 × 0,08 × 0,5 = 6,92... Int. (Disc.)

$180,00

Beisp. 2. Was ist der jetzige Werth für $172.86, zahlbar nach 3 J. 4 Mt., wenn Geld zu 6p.c. verliehen wird?

Aufl. 100$ zu 6p.c. in 3J. 4M. $= \frac{100\$ \times 0{,}06 \times 10}{3} = 20$ $ Int.

+100$ Kap.

daher 120$ K.u.J. = 100$ K.

120$ K.u.J.

1$ „ $= \frac{100}{120}$ $

172,86 „ $= \frac{100\$ \times 172{,}86}{120} = \$144{,}05$ Kap.

Probe: $\frac{\$144{,}05 \times 0{,}06 \times 10}{3}$ 28,81 Int. (Disc.)

$172,86

Gewöhnlich wird das Int. von 100 $ für die gegebene Zeit berechnet, weil sich nach dieser Summe sehr leicht rechnen läßt. Uebrigens kann man auch irgend eine andere Summe annehmen, berechnen zu wie viel sie in der gegebenen Zeit, sammt Int. steigt, dann von dieser gegebenen Summe auf die Einheit und von dieser auf den Betrag schließen, der erforderlich ist, um die in der Aufg. enthaltene Summe zu erzeugen.

Beisp. Was ist der jetzige Werth von 150 $, zahlbar nach 1 J. 9 Mt., bei 8p.c. Abzug per Jahr?

Aufl. Wählen wir 25 $ als Gleichniß, so ergiebt sich:

25$ zu 8p.c. in 1J. 9Mt. = 25$ × 0,08 × 1,75 = $3,50 Int.

Daher $28,50 od. 2850c. K.u.J. = 25$ K. + 25,00 Kap.

1c. " = $\frac{25}{2850}$ $ $28,50 K.u.J.

15000c. " = $\frac{25\$ \times 15000}{2850}$ = $131,57...K.

Probe: $131,57 × 0,08 × 1,75 18,42 J. (D.)

$150,00

Aufg. Was sind die jetzigen Werthe von

1. $160,00 zahlbar nach 2J. bei 6p.c. Disc. per Jahr?
2. $220,00 " " 3J. bei 8 " " " "
3. $330,00 " " 1J.6Mt. bei 10p.c. Disc. per J.?
4. $136,00 " " 1J.8Mt. " 6 " " " " "?
5. $545,00 " " 1J.6Mt. " 6 " " " " "?
6. $277,50 " " 1J.10M. " 6 " " " " "?
7. $463,50 " " 6Mt. " 6 " " " " "?
8. $822,00 " " 5M.15T. " 6 " " " " "?
9. $172,86 " " 3J.4Mt. " 6 " " " " "?
10. $1015,50 " " 3Mt.3T. " 6 " " " " "?
11. $1272,00 die Hälfte zahlbar nach 1J. und die andere Hälfte nach 2J. bei 6p.c.
12. $2400,00 die Hälfte zahlbar nach 6Mt.; $\frac{1}{3}$ nach 9 Mt. und der Rest nach 1J. bei 6p.c.?

Was sind folgende Schuldscheine werth, an den resp. Tagen ihrer Ausstellung, angenommen, Geld werde zu 8p.c. verliehen:

Schuldig

13. $540.00 vom 15. Jan. 1858; zahlbar den 1. Oct. 1858?
14. 324.00 " 10. Febr. 1858; " " 1. Jan. 1859?
15. 475.00 " 3. März 1858; " " 18. Febr. 1859?
16. 1000.00 " 15. Mai 1858; " " 1. Juli 1859?

§ 43. Bank-Disconto. Bank-Discount.

Bank-Disconto ist einfaches Interesse von einer Schuld-Summe, welches der Bankier immer im Voraus davon abzieht. Der Rest, welchen der Bankier an denjenigen bezahlt, der den Schuldschein zeichnet oder präsentirt, heißt: „jetziger Werth"—proceeds or avails. Das Int. wird immer für 3 T. mehr berechnet, als der Schuldschein bestimmt. Diese 3 Tage werden „Gnadentage, Fristtage"—days of grace—genannt. Der Schuldner ist nicht verbunden, vor dem letzten Gnadentage zu bezahlen.

1. Das Bank-Disconto und die jetzigen Werthe von Schuldscheinen zu finden.

Beisp. Was ist der jetzige Werth und das Disconto von $162.00, zahlbar nach 90 T. bei 7p.c. Disc. per J.?

Aufl. 162$ zu 7p.c. in 93 T. $= \frac{162\$ \times 0{,}07 \times 93}{360} = \$2{,}93$ Disc.

Daher: $162,00 Schuldschein
2,93 Disc.
$159,07 jetziger Werth.

Aufg. Wie viel betragen das Bank-Disc. und die jetzigen Werthe von

1. $140.00 für 60 T. zu 6p.c. per Jahr?
2. 220.00 „ 30 T. „ 8 „ „ „
3. 125.00 „ 40 T. „ 7 „ „ „
4. 344.00 „ 50 T. „ 7 „ „ „
5. 550.00 „ 60 T. „ 8 „ „ „
6. 412.50 „ 70 T. „ 8 „ „ „
7. 308.75 „ 80 T. „ 9 „ „ „
8. 84.25 „ 90 T. „ 10 „ „ „

2. Den Betrag eines Schuldscheines zu bestimmen, um eine gewisse Summe für eine gewisse Zeit, von einem Bankier zu erhalten.

Beisp. A. wünscht $295.35 von einer Bank zu erhalten auf 90 Tagen: für welchen Betrag muß er seinen Schuldschein ausstellen, wenn der Bankier 6p.c. per J. discontirt?

Aufl. 100$ zu 6p.c. in 93T. $= \frac{100\$ \times 0{,}06 \times 93}{360} = \$1{,}55$ J.od.Disc.

Jetziger Werth: $100,00—$1,55=$98,45.

Daher $98,45 od. 9845c. jetz. Werth=100$ in 93T.

1c. „ „ $=\frac{100}{9845}$$

29535c. „ „ $=\frac{100\$\times 29535}{9845}=\$300,00.$

Aufg. Wie viel müssen die Schuldscheine betragen, wenn A. von einer Bank erhalten will

9. $200,00 für 30T. bei 6p.c. Disc. per J.?
10. $166,00 „ 40 „ „ 7 „ „ „ „ ?
11. $275,00 „ 50 „ „ 8 „ „ „ „ ?
12. $344,00 „ 60 „ „ 8 „ „ „ „ ?
13. $984,50 „ 90 „ „ 6 „ „ „ „ ?
14. $791,60 „ 60 „ „ 6 „ „ „ „ ?
15. $3281,85 „ 30 „ „ 6 „ „ „ „ ?
16. $680,00 „ 90 „ „ 12 „ „ „ „ ?

§ 44. Wechsel. Draft (Draught).

Wechsel sind Schuldscheine, welche auf Banken gegen baar Geld ꝛc. umgewechselt werden können. Die Zeitdauer, auf welche Wechsel ausgestellt werden, ist gewöhnlich 30 bis 90 Tage. 3 Fristtage werden dazu gerechnet, wenn nicht ausdrücklich anders bestimmt ist. Wartet der Eigner eines Wechsels die auf demselben bestimmte Zeit (....Tage nach Sicht) ab, so erhält er den vollen Betrag, für welchen der Schein ausgestellt ist; bezieht er aber sein Geld vor dieser Zeit, so wird der Wechsel discontirt, wie im vorigen § gezeigt wurde. Die Rate des Disconto beträgt 6p.c. per J., wenn nicht anders bestimmt ist.

1. Den Betrag eines Wechsels für eine gewisse Summe und Zeit, zu bestimmen.

Beisp. A. wünscht $492.25 durch einen Wechsel auf 90 T. Sicht, zu bezahlen: wie viel muß derselbe betragen?

Aufl. 100$ zu 6p.c. in 93T.$=\frac{100\$\times 0{,}06\times 93}{360}=\$1{,}55$Int.

Jetziger Werth von 100$=100$—$1,55=$98,45; daher $98,45 od. 9845c. jetziger Werth=100$ in 93T.

1c. „ „ $=\frac{100}{9845}$$

49225c. „ „ $=\frac{100\$\times 49225}{9845}=500\$.$

Aufg. Das Disconto zu 6p.c. per J. angenommen, bestimmet die Wechsel für folgende Summen:

1. $1385,30 auf 60T. nach Sicht.
2. $984,50 „ 90T. „ „
3. $2386,80 „ 30T. „ „
4. $1000,00 „ 90T. „ „
5. $2772,00 „ 60T. „ „ ohne Fristtage.
6. $149,25 „ 30T. „ „ „ „

Wechsel, so wie andere Werthpapiere, wechseln zuweilen in ihrem Werthe. Werden sie höher umgesetzt, als die darauf bezeichnete Summe beträgt, so sind sie über par; werden sie aber unter ihrem Nennwerthe verkauft, so stehen sie unter par. Das „über" und „unter par" wird durch p.c. ausgedrückt. Indessen versteht man hier unter p.c. nicht p.c. von der Summe, dem J. nach; sondern schlechtweg: p.c. von der gegebenen Summe. Steht z. B. ein Wechsel 2p.c. über par, so sind je 100 $ desselben, werth 102 $ (ohne Rücksicht auf Zeit); steht dagegen ein Wechsel 2p.c. unter par, so sind je 100 $ desselben, werth 98 $ (ohne Rücksicht auf Zeitdauer).

2. Den Betrag von Wechseln „unter und über par" zu bestimmen.

Beisp. 1. A. schuldet 591 $ und bezahlt durch Werthpapiere von 1½p.c. unter par: wie viel muß sein Wechsel betragen?

Aufl. $98,50 od. 9850c. wirkl. Werth = 100 $ Wechsel.

1c. „ „ $= \frac{100}{9850}$ $

59100c. „ „ $= \frac{100\$ \times 59100}{9850} = 600\$$ Wechsel.

Beisp. 2. A. wünscht 615 $ durch Werthpapiere mit 2½p.c. über par: wie viel muß sein Wechsel betragen?

Aufl. $102,50 od. 10250c. w. Werth = 100 $ Wechsel.

1c. „ „ $= \frac{100}{10250}$ $

61500c. „ „ $= \frac{100\$ \times 61500}{10250} = 600\$$ W.

Aufg. Wie viel betragen die Wechsel für folgende Summen:

7. $490.00 bei 2p.c. unter par?
8. $393.00 bei 1¾p.c. unter par?
9. $390.00 bei 2½p.c. „ „ ?
10. $301.50 bei ½ „ über „ ?
11. $1292.83 bei ¾ „ „ „ ?
12. $1000.00 bei 4½p.c. unter par?

§ 45. Commissions- und Wechselgeschäft. Commission and Brokerage.

Commission bedeutet: Auftrag, oder Sendung. Ein Commissionsgeschäft besteht im Aufkaufen oder Verkaufen von Waaren, Einziehung von Geldern ꝛc. aus Auftrag.

Personen, welche solche Aufträge ausführen, werden Agenten genannt. Die Commissionsgebühren (Commission) bestehen in gewissen p.c. von dem ungesetzten Betrage.

Wechsler (brokers) welche gewisse Geldsorten gegen andere umtauschen, ebenso Werthpapiere umsetzen, fällige Schuldscheine eincassiren ꝛc. beziehen ebenfalls gewisse p.c. für ihre Bemühungen.

Die Gebühren für Agenten und Wechsler werden durch Uebereinkunft der Parteien, und nicht durch Staatsgesetze bestimmt.

1. Den Betrag an Commissions- oder Wechselgebühren von irgend einer Summe zu finden.

Beisp. A. erhält 2800$ werth Waaren zum Verkauf und bezieht davon 2½p.c. Gebühren: wie viel beträgt dies:

Aufl. A. erhält von je 1$ der Summe $0,025; daher $2800 \times \$0{,}025 = 70\ \$$.

Aufg. Wie viel betragen die Gebühren für Agenten oder Wechsler, von

1. $2637.00 werth Waaren, bei 3p.c. Vergütung?
2. $23128.00 einzuziehen, " 1½ "
3. 45 hhd. Zucker mit je 548 ℔ à 3½c. per ℔ zu verkaufen bei 1½ p.c. Vergütung?
4. 102 brl. Molasses von je 52½gal. à 37½c. per gal. einzukaufen, bei 2½p.c. Vergütung?
5. 1075 $ Papiergeld gegen Silber auszuwechseln, bei 1½p.c. Vergütung?
6. 954 $ Papiergeld gegen Gold auszuwechseln, bei 2½p.c. Vergütung?

2. Den Betrag zu finden, den ein Agent von irgend einer Summe auszulegen hat, nach Abzug seiner Gebühren.

Beisp. A. erhält $3605.00 um Waaren zu kaufen; wenn er 3p.c. Gebühren abzieht; wie viel hat er auszulegen?

Aufl. Für je 100 $ Auslage erhält der Agent 3 $ Gebühren;

folgl. wird er von je 103$ der Einkaufssumme 100$ für Waaren auslegen; daher

103$ Einkaufssumme = 100$ Auslage,
1$ " = $\frac{100}{103}$$
3605$ " = $\frac{100\$ \times 3605}{103} = 3500\$$ Auslage.

Aufg. Wie hoch belaufen sich die Auslagen folgender Einkaufssumme, nach Abzug der Gebühren: von

7. $4488,00 bei 2½p.c. Vergütung?
8. $660,40 " 4 " " ?
9. $6765,00 " 3½ " " ?
10. $2421,00 " ¾ " " ?
11. $3000,00 " 1½ " " ?
12. $5555,00 " 3⅓ " " ?

§ 46. Gewinn und Verlust nach p.C. Profit and Loss in p.C.

1. Einkaufspreis und Gewinn oder Verlust in p.c. sind bekannt: den Verkaufspreis zu bestimmen.

Beisp. A. kauft Tuch, die yd. zu $2.65 und wünscht 20p.c. daran zu gewinnen: wie theuer muß er die yd. verkaufen?

Aufl. Einkaufspreis: $2.65.
Gewinn: $2.65 × 0,20 = $0,53; daher
Verkaufspreis: $2.65 + 0,53 = $3.18.

Aufg. Wie theuer wird A. verkaufen müssen, wenn er

1. 45c. per yd. bezahlte und 25p.c. gewinnen will?
2. 4½c. per ℔ " " 33⅓p.c. " " ?
3. 19¾c. " gal. " " 45 " " " ?
4. $7,37½ per ctw. bezahlte und 12½p.c. gewinnen will?
5. $23,50 " brl. " " 6 " verlieren soll?
6. 62½c. " bu. " " 12½ " gewinnen will?
7. $44,50 " acr. " " 66 " " " ?
8. 12s.6d. " yd. " " 16 " " " ?
9. 3£4s. " brl. " " 24 " " " ?

Wie theuer wird A.

10. 1pt. Wein verkaufen müssen, wenn er für 163gal. 3qt. $98.25 bezahlte und 33⅓p.c. gewinnen will?
11. 1 ℔ Tabak verkaufen können, wenn er für 3 Kisten, von je 135½ ℔, $81.20 bezahlte und 25p.c. gewinnen will?

12. 1bu. Hafer verkaufen müssen, wenn er für 624 Säcke von je $1\frac{1}{2}$bu. \$341.25 bezahlte und 20p.c. verlor?

2. Der Verkaufspreis und Gewinn oder Verlust in p.c. sind gegeben: den Einkaufspreis zu finden.

Beisp. A. verkauft die yd. Tuch für \$3.75 und gewinnt dabei $33\frac{1}{3}$p.c.: wie viel hat er per yd. bezahlt?

Aufl. Da der Gewinn $33\frac{1}{3}$p.c. beträgt, so sind

$133\frac{1}{3}$c. oder $\frac{400}{3}$c. Erlös = 100c. Einkauf

$\frac{1}{3}$c. " = $\frac{1}{400}$c. "

1c. " = $\frac{100 \times 3}{400}$

375c. " = $\frac{100 \times 3 \times 375}{400}$ = \$2,81¼ Eink.

Aufg. Wie viel hat A. bezahlt, wenn er

13. \$1,25 per yd. verkaufte und 25p.c. dabei gewann?
14. 1\$ " bu. " " 20 " " " "?
15. \$5,50 " ctw. " " 10 " " " "?
16. \$9,00 " " " " $12\frac{1}{2}$ " " verlor?
17. 4½c. " ℔ " " 10 " " "?
18. Wenn A. 3hhd. Molasses, mit je $128\frac{1}{2}$gal. à 45c. per gal. verkaufte und $18\frac{1}{2}$p.c. dabei gewann: wie viel hat er für die 3hhd. bezahlt?
19. 280 Säcke Weizen mit je $2\frac{1}{4}$bu. wurden gekauft; durch Transport ꝛc. gingen 40bu. davon verloren; für \$1.12½ wurde die bu. verkauft und hierdurch $31\frac{1}{4}$p.c. gewonnen: wie viel kostete der Weizen per bu.?
20. Von 800 Säcken Korn mit je $1\frac{1}{2}$bu. giengen 75bu. verloren; den Rest verkaufte A. à $31\frac{1}{4}$c. per bu. und verlor dadurch 10p.c.: wie viel hat er per bu. bezahlt?

3. Ein- und Verkaufspreis sind gegeben: Gewinn oder Verlust in p.c. zu bestimmen.

Diese Art von Aufg. fällt gänzlich zusammen mit § 40 No. 5.

4. Verkaufspreis und Gewinn oder Verlust in p.c. zu bestimmen, wenn ein anderer Verkaufspreis angenommen wird.

Beisp. A. verkauft die yd. Tuch zu \$3.50 und gewinnt hiebei 25p.c.: wie viel p.c. würde er gewinnen, wenn er die yd. zu \$4.00 verkaufte?

Aufl. Da A. 25p.c. bei seinem wirklichen Verkaufe gewinnt, so ist

125c. Erlös = 100c. Einkaufspreis
1c. " = $\frac{100}{125}$c. "
350c. " = $\frac{100\text{c.} \times 350}{125}$ = 2,80 Einkaufspreis.

Den Erlös zu 4$ angenommen, beträgt der Gewinn $4,00—$2,80=$1,20. Daher

280c. Auslage = 120c. Gewinn
1c. " = $\frac{120}{280}$c.
100c. " = $\frac{120\text{c.} \times 100}{280}$ = 42$\frac{6}{7}$p.c. Gewinn.

Hier wird zuerst der Einkaufspreis bestimmt, nach No. 2; dann dieser von dem angenommenen Verkaufspreise abgezogen und nun nach No. 5 § 40 hieraus Gewinn oder Verlust in p.c. berechnet.

Aufgaben.

21. A. verkaufte Weizen zu $1.12 per bu. und gewann 12p.c. dabei: wie viel p.c. würde er gewinnen oder verlieren, wenn er die bu. für 96c. verkaufte?
22. A. verkaufte einen Bauplatz für $375.00 und verlor 25p.c. dadurch: wie viel p.c. würde er gewonnen haben bei einem Verkaufspreis von 750 $?
23. A. verkaufte das ℔ Zucker zu 15c. und verlor 10p.c. dabei: wie viel p.c. würde er gewonnen oder verloren haben, bei einem Verkaufspreise von 18c. per ℔?
24. A. verkaufte Eisen per ctw. zu $6.72 und verlor 16p.c. hiedurch: wie viel p.c. würde er gewonnen oder verloren haben, bei einem Verkaufspreis von $8.40 per ctw.?
25. A. verkaufte Kaffe zu 12½c. per ℔ und gewann 2p.c. dabei: wie viel p.c. würde er gewinnen bei einem Verkaufspreise von 14¼c. per ℔?

5. Bezeichnung der Kosten- und Verkaufs-Preise auf Waaren. To mark goods.

Beinahe jedes Handlungshaus hat seine eigene Methode und besonderen Zeichen, um die Preise seiner Waaren zu bezeichnen. Es werden dazu gewählt entweder hieroglyphische Zeichen oder ein Wort, auch mehrere Worte, bestehend aus 10 verschiedenen Buchstaben. Solche Worte sind z. B. Birkenholz, Han-

delsgut; observancy; come and buy ꝛc. Jeder Buchstabe hiervon bezeichnet der Reihe nach eine Zahl von 1 bis 9: wie

birkenholz	observancy
handelsgut	comeandbuy
1234567890	1234567890

Da hier die Bezeichnungen beinahe durchaus nach englischen Wörtern gemacht werden, so will ich an einem Beisp. zeigen, wie solches geschieht. Wählen wir als Kostenpreis—observancy und als Verkaufspreis—come and buy: so haben wir vor Allem zu wissen, welche Zahl jeder dieser Buchstaben bedeutet.

Kostenpreis.	Verkaufspreis.
observancy	comeandbuy
1234567890	1234567890

Hat nun eine Waare, als Kostenpreis z. B. die Bezeichnung: on, so bedeutet es 18c.; steht auch on als Verkaufspreis, so bedeutet es 26c. Brüche werden durch Zahlen bezeichnet. So sind die Kostenpreise $8\frac{1}{4}$c.=n$\frac{1}{4}$; $12\frac{1}{2}$=ob^2 ꝛc.

Aufgaben. Bezeichnet nach obiger Annahme

26. folgende Kostenpreise: 5c.; 10c.; $8\frac{1}{4}$c.; 25c.; $12\frac{1}{2}$c.; $18\frac{1}{4}$c.; 75c.; \$1.12$\frac{1}{2}$; \$2.25; \$3.50;
27. folgende Verkaufspreise: $6\frac{1}{4}$c.; $9\frac{1}{2}$c.; $18\frac{3}{4}$c.; 25c.; $31\frac{1}{4}$c.; $62\frac{1}{2}$c.; \$1.25; \$187$\frac{1}{2}$c.; \$2.50.

Die p.c., welche jeder Geschäftsmann an jedem Handelsartikel zu verdienen wünscht, werden bei dem Verkaufspreise mit eingeschlossen.

Z. B. A. kauft Waaren per yd. zu ey. und wünscht sie mit 25p.c. Gewinn zu verkaufen: was ist das Verkaufszeichen?

Aufl. ey=40c.; 25p.c. von 40c.=40×0,25=10c.; daher der Verkaufspreis 40c.+10c.=50c.=ay.

Aufg. Welches sind die Verkaufszeichen, bei einem Gewinne von 20p.c. an Waaren mit folgenden Kostenpreisen:

28. oy; or; a^2; ooy; ovb^2; oso$\frac{1}{4}$.

Soll der Gewinn $33\frac{1}{3}$p.c. betragen, so sind zu folgenden Kostenpreisen welche Verkaufszeichen erforderlich?

29. on; be; er; oy^2; oob^2; bso$\frac{1}{4}$.

§ 47. Gemeinschaftlicher Geschäftsbetrieb. Partnership.

Wenn 2 oder mehre Personen, Kapitalien, Eigenthum oder Arbeit vereinigen, und damit gemeinschaftlich ein Geschäft be-

treiben, bilden sie eine Gesellschaft, Company, Partnership oder Firma. Ihre Einlage bildet den Stock des Geschäfts. Legt jeder Theilhaber sein Kapital ꝛc. auf gleich lange Zeit ein, so wird eine „einfache Theilhaberschaft"—simple Partnership gebildet; bei ungleicher Zeitdauer der Einlagen, benennt man es mit „zusammengesetzte Theilhaberschaft,—Compound Partnership. Gewinnste und Verluste bei dem Geschäfte werden nach Verhältniß und Zeitdauer der Einlagen berechnet.

1. Einfache Theilhaberschaft. Simple Partnership.

Beisp. Zu einem Geschäfte legten A. 1160 $, B. 1640 $ und C. 2000 $. Sie gewannen 640 $: wie viel gehörte jedem davon?

Aufl. 1160 $ } 4800 $ Einl. = 640 $ Gew.
1640 $ }
2000 $ }
1 $ „ = $\frac{640}{4800}$ $
A mit 1160 $ „ = $\frac{640 \times 1160}{4800}$ = $154,66... Gewinn
B mit 1640 $ „ = $\frac{640 \times 1640}{4800}$ = $218,66... „
C mit 2000 $ „ = $\frac{640 \times 2000}{4800}$ = $266,66... „
$640,00.

Aufgaben. Wie viel betragen Gewinn oder Verlust für jeden Theilhaber, wenn

1. A. 3000 $, B. 4500 $ und C. 2500 $ einlegten und der Gewinn davon 1680 $ betrug?
2. A. 600 $, B. 900 $ und C. 1500 $ einlegten und der Profit 600 $ betrug?
3. A. 475 $, B. 325 $ und C. 275 $ einlegten und $107.50 verloren?
4. A., B. und C. ein Schiff kauften für 16000 $, wovon A. 5700 $, B. 3960 $ und C. den Rest bezahlten und dabei 6400 $ gewonnen?
5. 4 Männer eine Arbeit ausführten, wofür sie 213 $ erhielten und A. 25, B. 33, C. 41 und D. 48 Tage daran arbeiteten?
6. ein Gewinn von 480 $ so umgelegt wurde, daß A. $\frac{1}{3}$, B. $\frac{1}{4}$, C. $\frac{1}{5}$ und D. den Rest davon erhielten?

7. ein Verluſt von 960 $ auf 4 Perſonen ſo umgelegt wurde, daß A. ½, B. das Doppelte von A., C. ſo viel als A. und B. zuſammen und D. den Reſt zu tragen hatte?
8. ein Gewinn von 1080 $ ſo unter 4 Perſonen vertheilt wurde, daß A. ¼, B. 80 $ weniger als A, C. 160 $ weniger als A. und B. zuſammen und D. den Reſt erhielten?
9. A. 300 $, B. 130 $, mehr als A.; C. 80 $ weniger als A. und B. zuſammen und D. die Hälfte von der Einlage des A. B. und C. einlegten, und der Gewinn 800 $ betrug?
10. Zu einem Geſchäfte gab A. 1200 $ und B. x $. Sie gewannen 240 $, wovon B. 80 $ erhielt: wie viel hat B. eingelegt? und wie viel A. gewonnen?
11. A. legte 1680 $ und B x $ zu einem Geſchäfte. Sie gewannen 1200 $, wovon B. 780 $ erhielt: wie viel hat A. gewonnen? und B. eingelegt?
12. A. legte 1250 $, B. x $ und C. y $ zu einem Geſchäfte. Sie gewannen 1500 $, wovon B. 450 $ und C. 750 $ erhielten: wie viel hat A. gewonnen? und B. u. C. eingelegt?
13. A. und B. verkauften jeder 1000 bu. Korn, gemeinſchaftlich à 40c. per bu. Allein das Korn des B. war ¼ mehr werth, als das des A.: wie viel erhielt jeder von dem Erlös?
14. A. und B. verkauften jeder 480 Säcke Hafer von je 1¼bu. à 25c. per bu. Der Hafer des A. wurde aber 20p.c. beſſer taxirt, als der des B.: wie viel erhielt jeder von dem Erlös?
15. A. B. und C. verkauften jeder 60 brl. Schweinefleiſch, für je 12 $ per brl. Das des B. war aber 20p.c. beſſer, als das des A. und das des C. 20p.c. ſchlechter, als das des A.: wie viel erhielt jeder von dem Erlös?
16. A., B., C. und D. verkauften jeder 50brl. Mehl à $4.50 per brl. im Durchſchnitt. Das des B. wurde aber 10p.c. höher taxirt, als das des A.; das des C. 20 p.c. niederer, als das des B. und das des D. 25p.c. höher, als das des C.: wie viel erhielt jeder von dem Erlös?

2. Zuſammengeſetzte Theilhaberſchaft. Compound Partnership.

Beiſp. A. legte 400 $ auf 10 Mt. und B. 600 $ auf 8 Mt. ein. Sie gewannen 120 $: wie viel jeder?

Aufl. Jeder einzelne $ kann als Arbeiter betrachtet werden, deſſen Verdienſt von ſeiner Arbeitszeit abhängt; daher ſind

für A 400$ auf 10Mt.=400$×10=4000$ auf 1 Mt.(Mon.-Verd.)
„ B 600$ „ 8 „ =600$×8=4800$ „ 1 „
8800$ „ 1 Mt. Nun sind
8800$ auf 1Mt.=120$ Gewinn
1$ „ 1 „ $=\frac{120}{8800}$$ und
für A 4000$ „ 1 „ $=\frac{120\$\times 4000}{8800}=54\frac{6}{11}$$ Gewinn
„ B 4800$ „ 1 „ $=\frac{120\$\times 4800}{8800}=65\frac{5}{11}$$ „

Aufgaben. Probe: 120,00$ Gewinn.

17. A. legte 400 $ für 8Mt.; B. 600 $ für 1 J. und C. 800 $ für 6Mt. ein. Sie gewannen 380 $: wie viel jeder?
18. A., B. und C. mietheten eine Weide für $108.00. A. weidete darin 10 Stück Vieh für 5 Mt.; B. 15 St. für 6 Mt. und C. 19 St. für 4 Mt. Wie viel hatte jeder zu bezahlen?
19. A. fieng ein Geschäft an auf den 1. Jan. mit 500$; am 1. Juni desselben J. nahm B. Theil daran mit 700$ und am 1. Sept. des nämlichen J. C. mit 1000$. Am Ende des J. betrug der Gewinn 447$: wie viel gebührte jedem davon?
20. A. legt am 1. Jan. 420£ ein, B. am 1. März 580£ u. C. am 1. Juli 500£. Am Schlusse desselben Jahres erzielten sie hiemit einen Gewinn von 692£; wie viel gehörte jedem davon?
21. A., B. u. C. betrieben für 1½J. ein gemeinschaftliches Geschäft. Anfangs legte A. 300£, B. 450£ und C. 630£ ein; 6 Mt. darnach legte A. weitere 460£, 2 Mt. nach A. legte B. noch 380£ und 3 Mt. nach B. legte C. noch 260£ ein. Am Ende betrug ihr Gewinn 899½£. Wie viel hatte jeder hievon anzusprechen?
22. A. und B. bildeten ein gemeinschaftliches Geschäft auf 12 Mt. A. legte erst 1200 $ und nach 6 Mt. weitere 640 $ ein; B. legte anfängl. 1600 $ ein, nahm aber nach 8 Mt. 600 $ zurück. Am Ende des J. betrug der Gewinn 876 $: wie viel erhielt jeder davon?
23. A. und B. vereinigten sich auf 2 J. A. legte erst 1600 $, nach 6 Mt. 450 $ und nach abermal 6 Mt. 750 $ ein. B. legte anfängl. 3000 $ ein, zog aber nach 8 Mt. 500 $ zurück und 8 Mt. darauf noch 700 $. Am Schlusse der 2 J. hatten sie einen Gewinn von 3417 $: wie viel erhielt jeder hievon?

24. A. und B. verbanden sich auf 1 J. A. legte 1600 $ und B. 1000 $ und nach 4 Mt. noch 400 $ ein: wie viel muß B., 8 Mt. von dem Anfang, noch einlegen, wenn der Gewinn gleich unter sie getheilt werden soll?
25. A. und B. traten auf 16 Mt. in Verbindung. A. legte erst 1000£, nach 4 Mt. 400£ und 6 Mt. nach diesem noch 600£ ein. B. legte anfängl. 2400£ ein: wie viel darf B. nach Ablauf von 1 J. von seinem Gelde zurückziehen, wenn ihm dennoch die Hälfte des Gewinns zukommen soll?

§ 48. Bestimmung des mittleren Zahlungstermines. Equation of Payments.

Sind verschiedene Summen zu verschiedenen Zeiten zahlbar und man bestimmt einen Zeitpunkt, in welchem die ganze Summe bezahlt werden kann, so, daß weder Schuldner noch Kapitalist dadurch gewinnen oder verlieren, so wird hierdurch der mittlere Zahlungstermin bestimmt.

1. Den mittleren Zahlungstermin zu bestimmen, wenn die verschiedenen Summen von gleichem Datum sind.

Beisp. 1. A. schuldet 500 $ zahlbar nach 5 Mt. und 900 $ zahlbar nach 9 Mt.: welches ist der mittlere Zahlungstermin?

Aufl. Auch hier (wie im vorigen § angegeben) kann jeder $, Ib, etw. ꝛc. als Arbeiter betrachtet werden, dessen Verdienst von der Dauer seiner Arbeit abhängt. Man hat daher

1. Termin:
500 $ auf 5 M. = 500 $ × 5 = 2500 $ auf 1 M. oder 2500 Monatsv.
2. Termin:
900 $ „ 9 „ = 900 $ × 9 = 8100 $ „ 1 „ „ 8100 „
10600 $ auf 1 M. od. 10600 Monatsv.

Da also 10600 M. V. erforderlich sind, so haben 500 + 900 = 1400 $ oder 1400 Arbeiter $\frac{10600 \text{ M.-V.}}{1400}$ = 7 Mt. 17$\frac{1}{7}$ T. zu arbeiten.

Beisp. 2. A. schuldet 400 $ baar und 600 $ nach 1 J.: welches ist der mittlere Zahlungstermin?

1. Termin: 400 $ auf 0 Mt. = 0 Monatsver.
2. Termin:
600 $ auf 12 M. = 600 × 12 = 7200 $ auf 1 M. od. 7200 „
7200 Monatsver.

Da 7200 Monatsverdienste erforderlich sind, so haben

$400\$ + 600\$$ d. i. $1000\$ = \frac{7200 \text{Mt.-V.}}{1000} = 7 \text{Mt. } 6 \text{T.}$ zu arbeiten.

Anm. Aus obigen 2 Beisp. ersehet Ihr das Verfahren für solche Fälle. Es wird von Kaufleuten ꝛc. beinahe allgemein angewandt; indessen ist es keineswegs ganz richtig.

Nehmen wir z. B.: A. schulde 200 $; 100 $ baar und 100 $ nach 2 J., so ergibt sich als mittlerer T.

1. T.: baar. 0 Jahres Verd.
2. T.: $100\$ \times 2 = 200\$$ auf 1 J. od. 200 "

daher die Summe von $200\$ = \frac{2}{1}\frac{0}{0}\text{J.} = 1\text{J.}$

Allein 100 $ baar (zu 6 p.c.) sind nach 1 J. werth $106,00; u. 100 $ zahlbar nach 1 J. sind baar werth $ 94,33$\frac{1}{3}$ (§42)

$\$200,33\frac{1}{3}$.

Aufg. Welches ist der mittlere Termin für

1. 250 $ zahlbar nach 4 Mt. 350 $ zahlbar nach 8 Mt. und 400 $ fällig nach 12 Mt. ?
2. 3120 $ wovon $\frac{1}{4}$ in 3 Mt.; $\frac{1}{3}$ 6 Mt.; $\frac{1}{5}$ in 8 Mt. und der Rest in 10 Mt. fällig sind ?
3. 2000 $ wovon $\frac{1}{5}$ in 4 Mt.; $\frac{1}{4} + 200$ $ in 8 Mt.; 300 $ in 12 Mt. $\frac{1}{5} + 100$ $ in 16 Mt. zahlbar sind ?
4. 400 $ baar; 800 $ in 5 Mt.; 700 $ in 10 Mt. und 400 $ in 20 Mt. zahlbar.
5. 2500 $ zahlbar wie folgt: $\frac{1}{4}$ baar; $\frac{1}{3}$ des Restes in 6 Mt.; $\frac{3}{7}$ des 2ten Restes in 9 Mt. und der 3te Rest nach 1 J. ?
6. eine gewisse Summe, wovon $\frac{1}{4}$ baar; $\frac{1}{3}$ nach 3; und der Rest nach 6 Mt. fällig ist ?
7. eine gewisse Summe, wovon $\frac{1}{2}$ baar; $\frac{1}{3}$ in 6 Mt. und der Rest in 10 Mt. zahlbar ist ?
8. eine gewisse Summe, wovon $\frac{2}{5}$ baar; $\frac{1}{4}$ nach 3 Mt.; $\frac{1}{3}$ nach 5 Mt. und der Rest in 10 Mt. fällig sind ?

2. Den mittleren Zahlungstermin zu bestimmen, wenn die verschiedenen Summen nicht von gleichem Datum sind.

Beisp. 1. A. schuldet folgende Summen, je zahlbar nach 60 T.: 400 $ vom 10. Jan. 350 $ vom 25 Jan. und 450 $ vom 10. Febr.: welches ist der mittlere Zahlungstermin?

Aufl. 1. Termin, zahlbar am 10. März
2. " " " 10. " +15T.
3. " " " 10. " +30T.

Den 10. März als 1. Zahlungst. angenommen, ergiebt sich daher:
1. T. baar= 0 Tagesverdienste
2. T. 350$ × 15= 5250$ auf 1 T. oder 5250 „
3. T. 450$ × 30=13500$ „ 1 „ „ 13500 „
18750$ auf 1 T. oder 18750 Tagesv. folglich
die Summe von 1200$ = $\frac{18750 \text{ T.}}{1200}$ = 15¾ T. nach dem 10., also am 26. März.

Beisp. 2. A. schuldet vom 9. Jan. 400$ zahlbar in 60T.; vom 8. Febr. 500$ zahlbar in 70T. und vom 12. März 1100$ zahlbar in 30 T. Welches ist der mittlere Termin?

Aufl. 1. Termin zahlbar am 9. März
2. „ „ „ 9. „ +39T.
3. „ „ „ 9. „ +33T.

Den 9. März als 1. Zahlungstag angenommen, ergiebt sich daher:
1. T. baar= 0Tagesv.
2. T. 500$ × 39=19500$ auf 1T. oder 19500 „
3. T. 1100$ × 33=36300$ „ 1 „ „ 36300 „
55800$ auf 1T. oder 55800Tagesv. folglich
die Summe von 2000$ = $\frac{55800 \text{ T.}}{2000}$ = 27 $\frac{9}{10}$ T. nach d. 9. März, d. i. am 7. April.

Aufgaben. Welches ist der mittlere Zahlungstermin zu folgenden Angaben:

9. 400$ vom 1. März, zahlbar in 60 T.; 400$ vom 5. April, zahlbar in 40 T.; 600$ vom 23. Mai, zahlbar in 50 T.; 600$ vom 15. Juni, zahlbar in 80T. und 1000$ vom 28. Juni baar.

10. 1. Jan. 1858 $175.80 auf 4 Mt. Credit;
16. „ 1858 96.46 „ 90 Tage „
11. Febr. 1858 78.39 „ 3 Mt. „
23. „ 1858 49.63 „ 60 Tage „
19. März 1858 114.92 „ 6 Mt. „

11. Jan. 1. 1858 97yd. Tuch à $4,50 p. yd. auf 3Mt. Credit,
Febr.10. „ 7St. Baumw.-Tuch à $18,50p.St.auf60T. „
Mai 1. „ 9T. Eisen à $45,00 p. T. auf 4Mt. Credit,
Juni 15. „ 11hhd. Molasses à $12,00 p.hhd. a.30T.Cred.
Juli 5. „ 8brl. Syrup à $9,00 p. brl. a. 2Mt. Credit,
Sept.25. „ 14ctw. Zucker à $6,50 p.ctw. a. 30T. Credit,
Dec. 1. „ 8Kisten Thee à $15,00p. K. a. 90T. „

12. Jan. 7. 1858 10St. Calico à $37,56 p. St., zahlb. in 4Mt.
Apr. 18. „ 25 „ Delaine à $27,49 „ „ „ „ 4 „
Juni 7. „ 189½yd. Tuch à $3,00 „ yd. „ „ 6 „
Sep. 25. „ 10Kist. Tabak à $30,00 „ K. „ „ 6 „
Nov. 5. „ 15hhd. Syrup à $45,05 „ hhd. „ „ 9 „
Dec. 1. „ verschiedene Artikel für $100,00 „ „ 3 „

§ 49. Verhältniß und Proportion. Ratio and Proportion.

Das Verhältniß zweier Zahlen wird dadurch bestimmt, daß man sie mit einander vergleicht. Die Vergleichung kann auf zweifache Weise geschehen. Wählen wir die Zahlen 12 und 4, so können wir fragen:

1. um wie viel ist 12 größer als 4? und
2. wie viel mal ist 12 so groß als 4?

Durch die erste Vergleichung entsteht das arithmetische Verhältniß;

Durch die zweite Vergleichung entsteht das geometrische Verhältniß.

Größen, welche zu einander in Verhältniß gesetzt werden sollen, müssen von einerlei Art sein, als reine Zahlen, $, ℔ ꝛc.; oder müssen so beschaffen sein, daß sie sich in einerlei Art von Größen verwandeln lassen, wie $, c. und m.; £. s. und d.; T. ctw. ℔ und oz. ꝛc.

Zahlen, welche zu einander in Verhältniß gesetzt werden, nennt man Glieder der Verhältnisse. So ist von 12 zu 4

12 das erste oder Vorderglied und 4 das zweite oder Hinterglied.

Das arith. Vrh. zweier Zahlen wird angedeutet durch das Minuszeichen; wie 12—4; 20¼—5⅞; 14ctw.—280℔ ꝛc.

Der Unterschied, der sich aus einem arith. Vrh. ergibt, wird arithm. Verhältnißzahl (Vz.) genannt.

So sind die arith. Vz. von 24—9=15; von 9¾—3¼=6½; von 2£—6½s.=1£ 13½s. ꝛc.

Aufg. Welches sind die arith. Vz von

1. 33—18. 2. 12⅔—8⅔. 3. 5¼$—62½c. 4. 6¾£—16½s.
5. 2⅝ctw.—24¾℔. 6. 5¼oz.—6⅓pwt. 7. 2½ʒ—3¼ʒ.
8. 4¾gal.—1½pt.

Das geometrische Vrh. zweier Zahlen wird angedeutet durch einen Doppelpunkt; wie 12 : 4; 45 : 9 ꝛc.

Der Quotient, der sich aus einem geometrischen Vrh. ergibt, wird *geometrische Verhältnißzahl* genannt.

So sind die geom. Vz. von $12:4=3$; $5\frac{5}{8}:\frac{1}{2}=11\frac{1}{4}$; 6 Std.: 24 M. = 15 ꝛc.

Aufg. Bestimmet die geom. Vz. von

9. $77:11$ 10. $138:3$ 11. $5\frac{2}{3}:\frac{2}{3}$
12. $24\frac{2}{5}:5\frac{2}{5}$ 13. $3\frac{1}{2}$bu.$:5\frac{3}{4}$qt. 14. $6\frac{3}{4}$rd.$:5\frac{3}{5}$ft.
15. $4\frac{3}{4}$acre$:16\frac{2}{3}$P. 16. $5\frac{3}{4}$ St.$:24\frac{3}{4}$ M.

Verhältnisse sind *gleich*, wenn sie gleiche Vz. haben.

So sind z. B. die arith. Vrh. 16—9; 25—18; 103—96 einander gleich; denn die Zahl 7 ist ihre gemeinschaftliche Vz.

Ebenso sind die geometr. Vrh. 24:6; 60:15 und 212:53 einander gleich; weil sie die nämliche Vz. 4, haben.

Wenn jedes Glied eines Vrh. nur aus *einer* Zahl besteht, so wird das V. ein *einfaches Vrh.* genannt. So stellen die oben angeführten Vrh. einfache Verhältnisse dar.

Besteht aber ein, oder jedes Glied eines Vrh. aus 2 oder mehren Posten oder Factoren, so wird ein *zusammengesetztes Vrh.* gebildet, wie

$(5+9)—(3—1)$; $(7\frac{3}{4}\times5\frac{1}{2})—1\frac{1}{4}$; ferner

$4\times5\times2\frac{1}{2}:10\ (=5)$; oder $8\times2\frac{1}{4}\times3:2\times2\times2\frac{1}{4}\ (=6)$ ꝛc.

Wenn 2 Vrh. mit = Vz. durch das Gleichheitszeichen mit einander verbunden werden, so bilden sie eine *Proportion*. So sind $25—13=48—36$; eine arithmetische Proportion

$44:11=18:4\frac{1}{4}$

$3\frac{1}{3}\times4\times5:7\times5=8\frac{3}{4}\times4\times8:35\times4$ } geometr. Proportionen.

§ 50. Arithmetische Proportionen. Arithmetical Proportions.

In der arith. P. $9—5=15—11$ ist 9 das 1te, 5 das 2te, 15 das 3te und 11 das 4te Glied. 9 und 11 werden auch *äußere* und 5 und 15 *innere Glieder* genannt.

Die einzelnen Glieder bestehen zuweilen aus mehren Posten; wie $(9+7)—(2\times3+2)=(5\times7—14)—(22+11—20)$ d. i.

$16 = 8 = 21 — 13$

Aufg. Verwandelt in folgenden P. die zusammengesetzten Glieder in einfache

1. $(35—17)—(6+11)=(83—55)—(45—18)$.
2. $(36+14)—(9+26)=(75—14)—(63—17)$.
3. $(5\times3\times2)—(4\times2—5)=(7\times9—4\times8)—(6+35—37)$.
4. $(11+34—9)—(5\times3+7)=(6\times9—11)—(36—7)$.

Bei arithmet. P. ist die Summe der beiden äußern Glieder gleich der Summe der beiden innern Glieder. Denn in dem Beisp. 9—5=15—11 erhalten wir 9+11=20 und ebenso 5+15=20. Wenn daher in einer arith. P. 3 Glieder gegeben sind, so kann das 4te durch Berechnung gefunden werden.

Ich werde obiges Beisp. beibehalten und das fehlende Glied je durch x bezeichnen.

1. 9—5=15—x. Aufl. 5+15=20, daher x=20—9=11.
2. 9—5=x—11. Aufl. 9+11=20, daher x=20—5=15.
3. 9—x=15—11. Aufl. 9+11=20, daher x=20—15=5.
4. x—5=15—11. Aufl. 5+15=20, daher x=20—11=9.

Aus Obigem ergiebt sich die Regel: ein äußeres Glied wird gefunden, wenn man die beiden mittleren Glieder addirt und das bekannte äußere Glied davon subtrahirt; ein inneres Glied findet man, wenn die beiden äußern Glieder addirt und das gegebene innere Glied davon subtrahirt wird.

Aufg. Bestimmet nun in folgenden P. die durch x bezeichneten Glieder.

5. x—15=35—19
6. 85—x=97—43.
7. 82—36=x—107.
8. 130—57=103—x.
9. (5×9)—(13+8)=(13×7)—x.
10. (36+11—21)—(13×2—7)=x—(14×3—17).
11. (24—7—5)—x =(19×5—23)—(13×5+4).
12. x—(13×7—4×9) =(33+4×19—22)—(36+3×5).
13. $25\frac{3}{4}-18\frac{2}{3}=36-x$.
14. $19\frac{1}{4}-11\frac{1}{8}=x-16\frac{1}{8}$.
15. $22\frac{3}{4}+5\frac{1}{2}-x=(35\frac{2}{3}-11\frac{1}{6})-(12\frac{3}{4}-5\frac{1}{3})$.
16. $x-(35\frac{1}{4}\times3\frac{1}{2})=(25\frac{5}{8}\times3\frac{4}{5}+16\frac{9}{16})-(1\frac{1}{2}\times2\frac{1}{3}\times3\frac{1}{4})$.

§ 51. Geometrische Proportionen. Geometrical Proportions.

In der geom. P. 4 : 12=7 : 21 (d. i. 4 verhält sich zu 12 wie 7 zu 21) bildet 4 das 1te, 12 das 2te, 7 das 3te und 21 das 4te Glied.

4 und 21 werden auch äußere und 12 und 7 innere Glieder genannt. Die einzelnen Glieder bestehen häufig aus mehren Factoren, welche sich aber in einfache auflösen lassen; wie 3×8 : 3×4×8=3×5 : 4×15 d. i.

24 : 96 = 15 : 60

Aufg. Verwandelt in folgenden Aufg. die zusammengesetzten Glieder in einfache:

1. $5\times9:\frac{1}{8}=4\frac{1}{2}\times8:\frac{2}{5}$.
2. $3\times6\times2:7\frac{2}{11}=1\times2\times3\times4\times5:\frac{1}{5}$.

3. $\frac{3\times4\times5}{12} : \frac{7\times5\times4}{14} = 6\frac{3}{4}\times12 : 13\frac{1}{2}\times3\times4.$

4. $\frac{3\frac{3}{5}\times6}{11} : \frac{4\frac{3}{4}\times8\times1\frac{1}{2}}{19} = \frac{3\frac{1}{4}\times6\times2}{13} : \frac{23\frac{1}{6}}{5\frac{1}{4}}$

Eine geom. P. bleibt unverändert (d. i. sie bleibt eine geom. P. mit derselben Verhältnißzahl) wenn man

1. alle 4 Glieder mit der nämlichen Zahl multiplicirt; als 4 : 20 = 6 : 30 multipl. mit 3 = 12 : 60 = 18 : 90, wobei in beiden P. 5 die Verhältnißzahl bildet.
2. alle 4 Glieder durch die nämliche Zahl dividirt; denn 4 : 20 = 6 : 30 durch 2 dividirt ist 2 : 10 = 3 : 15 und hat gleichfalls 5 als Verhältnißzahl.
3. blos das 1te und 2te; blos das 3te und 4te; blos das 1te und 3te und endlich blos das 2te und 4te Glied mit der nämlichen Zahl multiplicirt oder durch die nämliche Zahl dividirt, wie Ihr durch einen Versuch an obigen Beisp. leicht erproben könnt.

Bei geom. P. ist das Product der beiden äußern Glieder gleich dem Producte der beiden innern Glieder. Denn in dem Beisp. 4 : 12 = 7 : 21 ist $4\times21 = 84$ und $12\times7 = 84$.

Wenn daher zu einer geom. P. 3 Glieder gegeben sind, so kann das 4te durch Berechnung gefunden werden.

Ich werde obiges Beisp. beibehalten und je das fehlende Glied durch x bezeichnen.

1. 4 : 12 = 7 : x. Aufl. $12\times7 = 84$, daher $x = \frac{84}{4} = 21$.
2. 4 : 12 = x : 21. Aufl. $4\times21 = 84$, daher $x = \frac{84}{12} = 7$.
3. 4 : x = 7 : 21. Aufl. $4\times21 = 84$, daher $x = \frac{84}{7} = 12$.
4. x : 12 = 7 : 21. Aufl. $12\times7 = 84$, daher $x = \frac{84}{21} = 4$.

Hieraus ergiebt sich die Regel:

Ein äußeres Glied wird gefunden, wenn man das Product der beiden innern Glieder durch das gegebene äußere Glied dividirt; und ein inneres Glied wird bestimmt, wenn man das Product der beiden äußern Glieder durch das bekannte innere Glied dividirt.

Aufg. Bestimmet nun in folgenden P. die durch x bezeichneten Glieder.

5. x : 7 = 7 : 21.
6. 36 : x = 48 : 25.
7. 45 : 28 = 63 : x.
8. 54 : 85 = x : 119.
9. $5\times4 : 36 = 15\times3 : x$.
10. $7\times8 : 5\times6 = x : 9\times8$.
11. $9\times6 : x = 13\times8 : 17\times4$.

12. x : 7 × 12 = 13 × 14 : 21 × 6.
13. $5\frac{3}{4}$: 8 × 3 = 9 : x. 14. $6\frac{2}{3}$: 9 × 5 = x : $88\frac{1}{2}$.
15. $4\frac{4}{5}$: x = $2\frac{2}{3}$: $5\frac{1}{4}$. 16. x : $4\frac{1}{2}$ × $3\frac{2}{3}$ = $5\frac{5}{6}$ × $7\frac{3}{4}$: $12\frac{5}{8}$ × $6\frac{1}{2}$.
17. 11,6 : 9,44 = 36,08 : x. 18. 15,8 : 22,32 = x : 45,344.
19. $4\frac{3}{4}$: x = 16,08 : $36\frac{1}{2}$.
20. x : 16,325 = $6\frac{3}{4}$ × 4,5 : $54\frac{1}{2}$ × 3,25.

1. Practische Aufgaben über einfache Proportionen. (Simple Proportions.)

Beisp. 9lb kosten $1.25 was werden 50lb kosten?

Aufl. Da nach § 49 nur Größen von derselben Art zu einander in Verhältniß gesetzt werden können, so ergiebt sich folgende P. aus diesem Beisp.:

9lb : 50lb = $1,25 : x $ und x = $6,94... d. i.

in demselben Verhältnisse wie 9lb zu 50lb stehen, steht auch der Preis von 9lb zu dem Preise von 50lb.

21. 38brl. Mehl kosten 228$: wie viel werden 48brl. kosten?
22. 32 bu. Weizen sind 48 $ werth: wie viel werden 100 bu. werth sein?
23. Was werden 33bu. Korn werth sein, wenn 21bu. $4,83 kosten?
24. Wie viel werden 160acres Land kosten, wenn 38acres $674, 50 werth sind?
25. Für 25 Schafe erhält A. 8 Kälber: wie viel Kälber würde er erhalten für 175 Schafe?
26. Für 45lb Zucker erhält A. 11gal. Molasses: wie viel gal. wird er erhalten für 225lb Zucker?
27. In 9 St. reist A. 25 Meil. weit: wie viel Meil. in $22\frac{1}{2}$St.?
28. In $4\frac{3}{4}$ T. verdient A. $6,00: wie viel wird er verdienen in 5 Wochen?
29. Von $8\frac{2}{3}$ acres erntet ein Farmer 250bu. Korn: wie viel bu. von 40 acres?
30. $25\frac{4}{5}$gr. Gold sind 1$ werth: wie viel $ ist 1lb Gold werth?
31. $412\frac{1}{2}$gr. Silber sind 1$ werth: wie viel $ sind 3lb werth?
32. 1C.ft. Wasser wiegt $62\frac{3}{4}$lb: wie viel lb wiegt 1bu. Wasser?
33. In $5\frac{1}{3}$ Sekunde pflanzt sich der Schall in der Luft auf eine Meile fort: wie weit wird er sich verbreiten in $1\frac{1}{2}$ M.?
34. Wenn eine Locomotive in 4M. 48S. $2\frac{1}{2}$mi. zurücklegt: wie viel mi. wird sie durchlaufen in 1St.?
35. Legt eine Locomotive in 3 M. 40 S. $3\frac{1}{4}$ mi. zurück: wie viel Zeit wird es nehmen, um 60 mi. zu durchrennen?

36. Wenn A. mit 125¾ $ einen Gewinn von 45½$ erzielte: wie viel hätte er mit 600$ gewonnen?
37. Wenn A. für $247,50 einen Zins von $19,80 erhält: wie viel Zins wird er erhalten für 1000$?
38. Wenn A. mit 35½$ einen Gewinn von 11⅛$ erlangt: wie viel muß er einsetzen, um 25$ zu gewinnen?
39. Mit 129¼$ gewinnt A. 15⅔$: wie viel wird er gewinnen mit 500$?
40. Wenn A. mit 35£ 8s. einen Gewinn von 10£ 5s. erlangt: wie viel Einlage wird erforderlich sein zu einem Gewinn von 50£?

Beisp. A. kaufte einen Bauplatz für 430$ und verkauft denselben mit 12½p.c. Gewinn: Wie viel hat er gelöst?

Aufl. 100$ Ausl.: 430$ Ausl.=$112.50 Erlös: x$ Erlös; x=$483.75.

41. Wie theuer muß A. die yd. Tuch verkaufen, wenn er $4.75 dafür bezahlte und 20p.c. daran gewinnen will?
42. Wie viel wird A. aus seinem Vorrath von Getreide lösen, wofür er $1460 bezahlte und das er 15p.c. unter dem Einkaufspreise verkaufen muß?
43. A. kaufte Korn per bu. zu 31¼c.: wie viel mußte er per bu. lösen bei einem Verlust von 6¼p.c.?
44. Wenn A. Weizen kaufte und per bu. $1.12½ bezahlte: wie viel p.c. hat er gewonnen bei einem Verkaufspreise von $1.40 per bu.?
45. Wenn A. den acre Land für $12.75 gekauft—und für $21.25 verkauft hat: wie viel p.c. hat er gewonnen?
46. Wenn eine 16rd. lange Röhre um 7yd. verkürzt wird: wie viel beträgt dies in p.c.?

2. Practische Aufgaben über zusammengesetzte Proportionen. Compound Proportions.

Beisp. 1. Wenn 5 Männer in 12 T. $105 verdienen: wie viel werden 15 Männer in 24 T. verdienen?

Aufl. 5×12: 15×24=105$: x$. x=630$; d. i. 5×12=60 Tagesarbeiten verhalten sich zu 15×24=360 Tagesarbeiten, wie der Preis der ersten Arbeit zum Preise der 2ten Arbeit.

Beisp. 2. Wie viel Mt. müssen 800$ ausstehen um 32$ Zins zu tragen: wenn 50$ in 2 J. 16$ tragen?

Aufl. 800$×xMt.: 50$×24Mt.=32$ Zins: 16$ Z. dah. $x = \frac{50\times24\times32}{800\times16}$; (durch Verkleinerung) x=3Mt.

47. Wenn 50 $ in 1 J. 3 $ Zins tragen: wie viel werden 400 $ in 8 Mt. ertragen?
48. Wenn 80 $ in 8 Mt. 6 $ gewinnen: wie viel werden 300 $ in 1 J. 4 Mt. einbringen?
49. Wie viele Mt. müssen 500 $ ausstehen um 60 $ einzubringen: wenn 100 $ in 1 J. 10 $ tragen?
50. Wenn 100 $ in 1 J. 8 $ gewinnen: welche Summe werden 64 $ in 4 Mt. einbringen?
51. Wenn 600 $ in 4 Mt. 24 $ gewinnen: wie viel p.c. beträgt dies per Jahr?
52. Wie viel p.c. per Jahr beträgt es, wenn 10 $ in 10 T. 10c. einbringen?
53. 12 Männer vollbringen eine Arbeit in 20 T. wenn sie tägl. 12 Std. arbeiten: wie lange werden 18 Männer, bei tägl. 10 Std. Arbeit, daran zu thun haben?
54. 144 Personen verzehren in 3 Wochen 3780lb Fleisch: wie viele Personen würden in 14 T. die doppelte Quantität verzehren?
55. Wenn 304 Personen in 6 Mt. $54720 verdienen: wie viele Mt. wird die doppelte Anzahl Personen für die dreifache Summe arbeiten müssen?
56. Wenn 45 Personen eine gewisse Arbeit in 16 T. verrichten: wie viele Personen müssen beschäftigt werden um die Hälfte dieser Arbeit in 10 T. ausführen zu lassen?
57. 10 Männer führen in 10 T. bei einer täglichen Arbeit von 10 Std. eine Mauer auf von 36ft. L. 12ft. H. und 2½ft. Dicke: wie viel
    a. T. wird es 15 Männer nehmen, bei tägl. 12 Std. Arbeit um eine Mauer von derselben Länge und Höhe, aber doppelter Dicke, aufzuführen?
    b. Std. müssen 24 Männer täglich arbeiten, wenn sie in 9 T. eine Mauer von derselben Länge und Dicke, aber doppelten Höhe, aufzuführen haben?
58. Eine Grube von 5yd. L., 4yd. Br. und 8ft. T. wird von 12 Männern in 12 T. bei 12 Std. täglicher Arbeit gegraben, wie viel
    a. Männer wird es erfordern, um eine Grube von doppelt so großen Dimensionen in derselben Zeit, bei 8stündiger, tägl. Arbeit, zu graben?

b. Stunden muß die 3fache Anzahl Männer täglich arbeiten, wenn sie in 6 T. eine Grube graben wollen, die nach jeder Dimension 2ft. mehr mißt?

c. Tage müssen 30 Männer, bei einer täglichen Arbeit von 10 Std., arbeiten, um eine Grube zu graben, welche eben so lang, aber 2ft. breiter und 5ft. tiefer werden soll?

d. Wie lang wird die Grube werden, wenn 25 Männer 25 T., tägl. 11 Std. arbeiten, und Br. und T. dieselben bleiben?

e. Wie breit wird die Grube werden, wenn 32 Männer 15 Tage lang tägl. 9 Std. arbeiten, und Länge und Tiefe dieselben bleiben?

f. Wie tief wird die Grube werden, bei derselben Länge und Br., wenn 18 Männer 18 T. lang, tägl. 12 Std. arbeiten?

§ 52. Ableitung von weitern Aufgaben aus einer gegebenen Aufgabe. Derivation of Problems from a given Problem.

1. Aufg. mit 3 gegebenen—einfachen Größen.

Beisp. 6 acre Land kosten 948$: wie viel kosten 40 acre bei gleichem Preise?

Aufl. 1. 6acr. : 40acr.=948 $: x $; x=6320 $.
Nachdem das 4te Glied bestimmt, kann das 3te als nicht gegeben betrachtet werden;

wie 2. 6acr. : 40acr.=x $: 6320 $; woraus x=948 $.
Nun kann das 2te Glied als unbekannt betrachtet werden;

wie 3. 6acr. : x acr.=948 $: 6320 $; woraus x=40acr.
Endlich kann angenommen werden

4. x acr. : 40acr.=948 $: 6320 $; woraus x=6acr.

Somit schließt obiges Beisp. die 3 Aufg. in sich:

a. Wenn 40acr. 6320$ kosten: wie viel $ sind 6acr. werth?
b. Wenn 6 " 948$ " : " " acr. erhält man für 6320$
c. Wenn 40 " 6320$ " : " " " " " " 948$

Auf diese Weise können aus jeder Aufgabe 3 weitere Aufgaben abgeleitet werden, nachdem das fehlende Glied der gegebenen Aufgabe bestimmt ist.

Aufg. Auf ähnliche Weise bestimmt in folgenden Aufg. jede der 4 einfachen Größen.

1. 9lb kosten $1.35: wie viel 108lb?
2. Für $4.50 erhält man 9yd.: wie viel für $5.50?
3. 2½gal. Wein kosten $5.00: wie viel werden 54gal. 3qt. kosten?

4. 3bu. 3pk. kosten $2.25: wie viel bu. wird man erhalten für 100 $?
5. 5℔ 4ʒ kosten $3.00: wie viel ℔ erhält man für 24 $?
6. 3acr. ertragen 54bu. 2pk. Weizen: wie viel acr. werden 218bu. ertragen?
7. In 3 Std. 40 M. durchläuft A. 11mi.: wie viel mi. in 24 Std.?
8. Für 3 Dutz. und 4 Eier bezahlt A. 80c.: wie viel für 2 gross, 5 Dutz. und 8 Stück?

2. Aufg. mit 3 gegebenen Größen, wovon eine oder mehre aus mehren Factoren bestehen.

Beisp. 240 Männer erbauen in 8 Tagen bei tägl. 10stünd. Arbeit, eine Mauer welche 360 ft. lang, 16 ft. hoch und $2\frac{1}{2}$ ft. dick ist. In wie viel T. werden 150 Männer eine Mauer 144ft. lang, 24 ft. hoch und 3 ft. dick aufführen, wenn sie tägl. 12 Std. arbeiten?

Aufl. $240 \times 8 \times 10$ St. Arbeit : $150 \times x \times 12$ St. Arbeit = $360 \times 16 \times 2\frac{1}{2}$ C.ft. : $144 \times 24 \times 3$ C.ft.

daher $x = \frac{240 \times 8 \times 10 \times 144 \times 24 \times 3}{150 \times 12 \times 360 \times 16 \times 2\frac{1}{2}} = 7\frac{17}{18}$ T.

Dieses Beispiel enthält (die unbekannte Größe mitgerechnet) 12 Factoren. Ist der unbekannte Factor bestimmt, so läßt sich der Reihe nach, jeder der gegebenen Factoren als x einsetzen und aus den übrigen bestimmen. Es können somit 11 weitere Aufgaben aus obigem Beispiel entwickelt werden; nämlich: Wie viel

1. Männer müssen an der ersten Mauer arbeiten, wenn ꝛc.
2. Tage müssen 240 Männer an der 1. Mauer arbeiten, wenn ꝛc.
3. St. müssen 240 M. tägl an der 1. Mauer arbeiten, wenn ꝛc.
4. Männer müssen an der 2. Mauer arbeiten, wenn ꝛc.
5. St. müssen 150 M. tägl. an der 2. Mauer arbeiten, wenn ꝛc.
6. lang wird die 1. Mauer werden, wenn ꝛc.
7. hoch " " 1. " " " "
8. dick " " 1. " " " "
9. lang " " 2. " " " "
10. hoch " " 2. " " " "
11. dick " " 2. " " " "

Auf ähnliche Weise bestimmet aus folgenden Aufgaben jeden Factor.

9. 5 Männer verrichten eine gewiſſe Arbeit in 8¼ Std.: wie lange wird es 8 Männer nehmen, dieſelbe Arbeit auszuführen?
10. Eine gewiſſe Arbeit wird durch 5 Männer in 10½ T. verrichtet: wie viel Männer wird es nehmen, wenn dieſelbe Arbeit in 9 T. fertig ſein ſoll?
11. 8 Männer verrichten eine Arbeit in 5¼ T.: wie lange wird es 7 Männer dazu nehmen?
12. Eine gewiſſe Arbeit wird durch 10 Männer in 7½ T. verrichtet: wie viel Männer wird es nehmen, wenn die Arbeit in 9 T. ausgeführt werden ſoll?
13. 144 Männer ſollten eine gewiſſe Arbeit in 36 T. ausführen. Eine Anzahl der Arbeiter aber wurde entlaſſen, ſo daß die Arbeit 48 T. erforderte: wie viele Arbeiter wurden entlaſſen?
14. In 6½ S. macht ein Rad 16 Umdrehungen: wie viele in 1 T.?
15. Wenn ein Rad in 5¼ S. 22 Rotationen vollbringt: wie viel Zeit wird es nehmen um 1000 Umdrehungen zu machen?
16. 6 gleich große Pumpen entleeren einen Waſſerbehälter in 16½ Std. ſoll aber die Arbeit in 11 Std. gethan ſein: wie viele Pumpen ſind dann erforderlich?
17. 5 Männer verdienen in 4 Tagen bei tägl. 12ſtündiger Arbeit 45$; wie viel werden 15 Männer bei täglich 10 St. Arbeit in 24 T. verdienen?
18. Eine Schiffsmannſchaft beſteht aus 800 Männern. Wenn jedem Mann täglich 24 oz. Nahrung gereicht wird, ſo wird der Vorrath 8 Wochen ausreichen. Wie viele Männer könnten von demſelben Vorrath 12 Wochen lang unterhalten werden, wenn jeder Mann täglich 20 oz. erhielte?
19. Zum Pflaſtern eines Seitenweges ſind 400 Steine von 12in. im Quadrat erforderlich: wie viele Stücke ſind nöthig, wenn ſie nur 9in. lang und 8in. breit ſind?
20. Aus einem Stücke Tuch, welches 7¼yd. lang und ⅞yd. breit iſt, können 3 Röcke verfertigt werden. Wie viele yd. Tuch ſind zu 1 Dutzend Röcke von derſelben Größe erforderlich, wenn das Tuch nur ⅞yd. breit iſt?
21. Wenn 15 Perſonen bei 8 St. tägl. Arbeit in 10 Tagen einen Canal graben von 480 ft. L. 4 ft. Tiefe und 8 ft. Br. Wie viele Arbeiter ſind erforderlich, einen Canal zu graben von 1600 ft. L. 12 ft. Br. und 8 ft. T., wenn ſie 20 T. lang täglich 12 Std. arbeiten?

§ 53. Auflösung der nämlichen Aufgabe auf verschiedene Weise. Solution of the same Problem in different ways.

Beisp. 1. $4\frac{3}{4}$ lb kosten \$1,12: wie viel kosten $16\frac{1}{4}$ lb?

1. Aufl. nach Proportion.

$4\frac{3}{4}$ lb : $16\frac{1}{4}$ lb = \$1,12 : x \$. x = \$3,92.

2. Aufl. nach Schluß oder Raisonnement.

$4\frac{3}{4}$ lb od. $\frac{19}{4}$ lb = 112c.

$\frac{1}{4}$ lb = $\frac{112}{19}$c.

1lb oder $\frac{1}{4}$lb = $\frac{112\text{c.} \times 4}{19}$

$16\frac{1}{4}$lb od. $\frac{65}{4}$lb = $\frac{112\text{c.} \times 4 \times 133}{19 \times 8}$ = 392 c. = \$3,92.

Beisp. 2. 12 Männer verdienen in $6\frac{3}{4}$T. bei einer tägl. Arbeit von 10 Std. \$101,25: wie viel Tage müssen 15 Männer, tägl. 11 Std., arbeiten für 200 \$?

1. Aufl. nach Proportion.

$12 \times 6\frac{3}{4} \times 10$ St. Arbeit : $15 \times x \times 11$ St. Arbeit = \$101,25 Lohn : 200\$ Lohn;

$x = \frac{12 \times 6\frac{3}{4} \times 10 \times 200}{15 \times 11 \times 101{,}25} = 9\frac{2}{3}\frac{3}{3}$T.

2. Aufl. nach Raisonnement.

10125c. Lohn = $12 \times 6\frac{3}{4} \times 10$ od. 810 Std. Arbeit;

1c. " = $\frac{810}{10125}$St.

20000c. " = $\frac{810\text{St.} \times 20000}{10125}$

Für 15 Männer bei tägl. 11 St. = $\frac{810 \times 20000}{10125 \times 15 \times 11} = 9\frac{2}{3}\frac{3}{3}$T.

Löset nun nachfolgende Aufgaben auf diese zweifache Weise.

1. $3\frac{3}{4}$lb kosten $4\frac{1}{2}$\$; was kosten $5\frac{5}{6}$lb?,
2. 7,9 acr. sind 3400\$ werth; wie viel sind $35\frac{7}{8}$acr. werth?
3. $5\frac{7}{8}$bu. Weizen kosten \$8,00; wie viel kosten 37,25bu.?
4. Für 5,8 Tonnen Potasche werden \$716,50 bezahlt: wie viel Tonnen erhält man für 2000\$?
5. $\frac{3}{4}$yd. Sammet kosten 7s. 3d.: wie viele yd. können gekauft werden für 13£ 15s. 6d.?
6. Wie viel sind 25gr. Gold werth, wenn für 9lb 9oz. 12pwt. 470£ 8s. bezahlt werden?
7. Wie hoch wird sich die Taxe auf 763£ 15s. belaufen, wenn 9£ 4s. zu 3s. 6d. taxirt werden?

8. 14,6 Klafter Holz kosten $68,60: wie viele Klafter wird man erhalten für $335,87½?
9. 5⅔lb Eisen sind 3,4lb Blei werth: wie viel Blei wird man erhalten für 1T. 2ctw. 16lb Eisen?
10. 6gal. 3qt. 1pt. Molasses werden vertauscht gegen 85lb 10oz. Reis: wie viel ctw. Reis wird man erhalten für 5brl. 4gal. 3qt. Molasses; à 32gal. per brl.?
11. ⅞yd. kosten 72c.: was kosten 1⅛E.Fr.?
12. ⅝E.Fr. kosten ¾$: wie viel kosten 1⅛E.En.?
13. 5¼E.Fl. kosten 3£ 10s.: wie viel kosten 22¼E.En.
14. Wenn 432$ in 1J. 8Mt. $57,60 Zins tragen: wie viel $ sind erforderlich, um in 10Mt. 100$ Zins zu tragen?
15. Wenn 545$ in 1J. 4Mt. $43,60 Zins tragen: wie lange müssen 1000$ ausstehen, um 125$ Zins einzubringen?
16. Wenn 424$ in 1J. 9Mt. $44,52 Zins einbringen: welches Capital wird in 2J. 4Mt. 54$ Zins tragen?
17. Zu wie viel p.c. waren 350 $ ausgelehnt, wenn sie in 8 Mt. 7 $ Zins eintrugen?
18. Wie lange waren $104.60 ausgelehnt, wenn sie, bei 6p.c. $8.368 Zins eintrugen?
19. Welches Kapital wird in 15 Mt. $42.58 Zins tragen bei 8p.c.?
20. 5 Männer in 10 T. bei 12stündiger Arbeit per T. graben einen Keller von 20ft. L. 17ft. Br. und 15ft. T.: wie viel

a. Männer werden in 6 T. bei 10 Std. Arbeit per T. einen Keller graben, der 24ft. lang; eben so breit und doppelt so tief ist, als der obige?

b. Std. werden 24 Männer 24 T. lang tägl. arbeiten müssen, um einen Keller zu graben, der in jeder Richtung 1½ mal so groß ist?

c. Tage werden 30 Männer bei tägl. 12½ Std. arbeiten müssen, um einen Keller zu graben, der 1ft. kleiner ist, nach jeder Richtung?

d. ft. Länge wird der Keller haben dürfen, wenn er 3ft. breiter und 2ft. tiefer sein soll—und 16 Männer, 16 T. lang, 11 Std. per T. daran arbeiten?

e. ft. Breite wird der Keller haben, wenn er 2½ft. länger und 2½ft. tiefer sein soll und 30 Männer 10 T. lang, tägl. 12 Std. daran arbeiten?

f. ft. Tiefe wird der Keller haben, wenn Länge und Breite das Doppelte, weniger 3ft. betragen—und 44 Männer 32 T. lang, tägl. 10 Std. daran arbeiten?

§ 54. Vermischungs-Rechnung. Alligation.

Diese Art von Rechnungen umfaßt Aufgaben über die Vermischung von flüssigen und soliden Körpern; wie verschiedene Sorten von Weinen; verschiedene Sorten von Metallen ꝛc.

Die Vermischungs-Rechnung ist doppelter Art. Es ist nämlich zu bestimmen

1. Der Preis für ein bestimmtes Gewicht oder Maß von der Mischung (composition) wenn die zu mischenden Quantitäten und deren Preise gegeben sind. Alligation Medial.

Beisp. A. mischt 3 Sorten von Wein: 40gal. à 80c. per gal.; 84gal. à $1.12 per gal. und 126gal. à $1.44 per gal.: wie viel ist 1gal. von der Mischung werth?

Aufl. gal.		c.	Preis von 1gal.
40	à 80c. =	3200	250|30752|$1,25,$\frac{1}{125}$
84	à $1,12=	9408	
126	à $1,44=	18144	
250		30752	

Aufgaben.

1. A. mischt 80 ℔ Zucker à 5c. per ℔; 70 ℔ à 12c. per ℔ und 150 ℔ à 8c. per ℔: was ist 1 ℔ der Mischung werth?
2. A. mischt 3 Sorten Molasses: 90gal. à 20c. per gal.; 120 gal. à 25c. per gal. und 210gal. à 30c. per gal.: was sind 25gal. von der Mischung werth?

Anmerkung in Bezug auf die Mischung von Gold und Silber mit anderen Metallen: Reines Gold nennt man 24 karatig. Sind bei einem Metallgemisch 12, 15, 18 ꝛc. Theile Gold und 12, 9, 6 ꝛc. Theile anderer Metalle, so wird es 12, 15, 18 ꝛc. karatig genannt. 1 Karat von 1oz. Gold beträgt demnach $\frac{480}{24}$ gr.=20gr. Reines Silber nennt man 16 löthig. Sind bei einem Metallgemisch 10, 12, 14 ꝛc. Theile Silber und 6, 4, 2 ꝛc. Theile anderer Metalle, so nennt man die Mischung 10, 12, 14 ꝛc. löthig. 1 Loth von 1oz. Silber beträgt demnach $\frac{480}{16}$ gr.=30gr.

3. A. mischt 10oz. reines Gold; 14oz. 20 karat. und 16oz. 15 karat.: wie viel kar. wird die Mischung sein?

4. A. mischt 8oz. reines Gold mit 9oz. 21 karat, 10oz. 18 kar. und 6oz. Zusatz von andern Metallen: wie viel kar. wird die Mischung sein?
5. A. hat Silbergefässe: ein 8oz. schweres 12 löth.; ein 13 löth. von 10oz. und ein 15 löth. von 12oz.: wie viel löth. wird die Mischung werden?
6. Ein 14 löth. Silbergefäß von 3¼oz. Gewicht; ein 12½ löth. von 8oz. Gewicht und ein 13 löth. von 11½oz. Gewicht werden zusammengeschmolzen: wie viel löth. wird die Mischung werden?
7. A. vertauscht ein silbernes Gefäß, 14 löth. von 12¾oz. Gewicht, gegen 2 silberne Gefässe, wovon das eine 12½ löth. 7oz. und das andere 13½ löth. und 8oz. wiegt: wie viel gr. reines Silber hat er gewonnen?
8. A. gibt ein 16½ karat. goldenes Gefäß von 2½oz. und ein 22½ kar. von 3¼oz. für ein 18 karat. Gefäß von 5¾oz.: wie viel gr. Gold hat er verloren?

2. **Die Quantitäten der zu mischenden Stoffe, wenn ihre Preise und der Preis der Mischung für ein bestimmtes Maß oder Gewicht gegeben sind.** Alligation. Alternate.

Beisp. 1. A. hat 2 Sorten Weine: per gal. à 50c. und per gal. 80c. Er will sie so mischen, daß 1gal. 70c. werth sein soll: wie viel gal. muß er von der bessern—und wie viel von der geringern Qualität nehmen?

Aufl. Wäre der geringere Wein 10c. weniger und der bessere 10c. mehr werth per gal. als 1gal. der Mischung: so würden gleiche Quantitäten von beiden Sorten erforderlich sein.

Nun verliert aber A. an der bessern Sorte an 1gal. 10c.; und gewinnt an der gering. Sorte p. gal. 20c.; also an ½ „ 10c.; demnach gleichen Gewinn und Verlust von 1 gal. der guten und ½ „ der gering. Sorte sich aus.

Die Mischung muß daher aus 2 Theilen der bessern Sorte und 1 Theil der gering. Sorte bestehen.

Beisp. 2. A. will eine Mischung von 70 gal. im Werth von 65c. per gal. aus 2 Sorten Wein bereiten: wie viel muß er von jeder Sorte nehmen, wenn die geringere 40c. und die bessere 75c. werth ist, per gal.?

Aufl. Verlust an der bessern Sorte an 1 gal. 10c.
Gewinn an der ger. Sorte an 1 gal. 25c. u. an $\frac{2}{5}$ „ 10c.
(Denn 25c. Gewinn=1 gal.
1c. „ $=\frac{1}{25}$ „
10c. „ $=\frac{1\text{gal.}\times 10}{25}=\frac{2}{5}$)

Die Mischung muß demnach aus 5 Theilen der bessern und und 2 Th. der ger. Sorte bestehen. Da 70gal. gemischt werden sollen, so beträgt das Quantum der bessern Sorte $\frac{70\times 5}{7}=50$gal. und der ger. Sorte $\frac{70\times 2}{7}=20$ gal.

Probe: $40\times 75\text{c.}+20\times 40\text{c.}=4550\text{c.}$ u. $70\times 65\text{c.}=4550\text{c.}$

Hieraus ergiebt sich folgende Regel:

Bestimme den Verlust für 1 gal., 1 ℔ ꝛc. von der bessern Sorte; dann den Gewinn an 1 gal., 1 ℔ ꝛc. von der geringern Sorte. Nun berechne, wie viel Theile von der geringern Sorte erforderlich sind, um eben so viel zu gewinnen, als man an 1 gal. ꝛc. der bessern Sorte verliert. Diese Theile ($\frac{1}{2}$ gal., $\frac{1}{7}$ gal. ꝛc.) stehen alsdann zu 1 gal. in demselben Verhältnisse, als das erforderliche Quantum der geringern Sorte zu dem der bessern Sorte.

Aufgaben.

9. A. hat 2 Sorten Weine: per gal. à 40c. und à 24c. Er will eine Mischung von 40 gal. bereiten à 30c. per gal.: wie viel gal. muß er von jeder Sorte nehmen?
10. Ein Silberarbeiter hat gleiche Quantitäten 14 löth. und 10 löth. Silber: in welchem Verhältniß muß er sie mischen, um 13 löth. Silber daraus zu erhalten? (Bestimme das Verhältniß in ℔, oz., pwt. oder gr.)
11. A. hat 20 carat. Gold: in welchem Verhältniß muß er es mit Kupfer mischen, um 16 carat. zu erhalten?
12. A. hat 3 oz. 18 carat. Gold: wie viel reines Gold muß er zusetzen um 20 carat. zu erhalten?
13. Wie viel 8 löth. Silber hat A. nöthig, um 8oz. 14 löth. in 13 löth. zu verwandeln?
14. Wie viel 15 löth. und wie viel 9 löth. Silber wird A. nehmen müssen um ein 3oz. schweres, 13 löth. Gefäß zu verfertigen?

15. A. will ein Gefäß von 1 ℔ Gewicht und 12½ löth. Wie viel reines Silber und Kupfer ist dazu erforderlich?
16. A. hat 21 oz. Silber, welches 13 löth. ist; wie viel Kupfer muß er zusetzen, um die Mischung 10½ löth. zu machen?
17. A. hat 50gal. Wein à $1.25 per gal.: wie viel Wasser muß er zugießen, um die Mischung 1 $ per gal. werth zu machen?
18. A. mischt 60gal. Wein à 75c. per gal. mit einer bessern Sorte, im Werth von $1.20 per gal.: wie viel muß er von letzterer Sorte nehmen, um die Mischung 90c. werth zu machen?

Beisp. A. hat 3 Arten Molasses: 1gal. à 40c.; 1gal. à 36c. und 1gal. à 24c.. Es soll daraus eine Mischung gemacht werden im Werth von 32c. per gal.: wie viel ist von jeder Sorte zu nehmen?

Aufl. Mische erst die 2 höhern Sorten im beliebigen Verhältniß und bestimme für sie den Mittelpreis. Mische sie z. B. in gleichem Verhältniß, so entsteht zwischen ihnen ein Mittelpreis von 38c. per gal. Nun verfahre man, wie zuvor

Verlust an der bessern Sorte an 1gal. 6c.
Gewinn an der gering. Sorte an 1 gal. 8c.; daher an ¾ „ 6c.

Demnach sind je 4gal. von den bessern Sorten, (d. i. 2gal. à 40c. und 2gal. à 36c.) auf 3gal. von der geringern Sorte nöthig. Probe: 2×40c.+2×36c.+3×24c.=224c. u. 7×32c.=224c.

Beisp. A. hat 4 Sorten Zucker: 1℔ à 15c.; 1℔ à 13c.; 1℔ à 10c.; 1℔ à 6c.. Wenn die Mischung 11c. per ℔ werth sein soll: wie viel hat man von jeder Sorte zu nehmen?

Aufl. Nehme von den 3 bessern Sorten beliebige Quantitäten und bestimme daraus den Mittelpreis. Z. B. 3℔ à 15c.; 1℔ à 13c. und 2℔ à 10c., woraus sich ein Mittelpreis von 13c. per ℔ ergibt. Nun ist:

Verlust an der Mischung der bessern Sorten an 1 ℔ 2c.
Gewinn an der geringern Sorte an 1℔ 5c.; daher an ⅔ ℔ 2c.

Deßhalb sind auf je 5 ℔ der ersten Mischung 2 ℔ der geringern Sorte erforderlich.

Da nun die erste Mischung zu 6 ℔ angenommen wurde, so ist zu bestimmen, wie viel von jeder der 3 ersten Sorten, zu einer Mischung von 5 ℔ erforderlich ist. Man hat daher

6℔ Mischung: 5℔ Mschg.=3℔ v. 1. Sorte: x ℔ v. 1. S.=2½℔
=1℔ „ 2. „ x „ „ 2. „ =⅚℔
=2℔ „ 3. „ x „ „ 3. „ =1⅔℔
Und von der geringern Sorte 2℔

Dieses Verhältniß in ganzen Zahlen ausgedrückt (mit 6 multiplicirt) gibt für 1te Sorte 15; 2te S. 5; 3te S. 10 und 4te S. 12 ℔.

Soll nun eine Mischung von einem bestimmten Quantum angefertigt werden, z. B. von 200 ℔ so hat man

$$\left.\begin{matrix}15\\5\\10\\12\end{matrix}\right\}\ 42\text{℔ M.} : 200\text{℔ M.} = 15\text{℔ 1. S.} : x\text{ ℔ 1. S.} = 71\tfrac{1}{21}\text{℔}$$
$$= 5\text{ „ 2. „} : x\text{ „ 2. „} = 23\tfrac{3}{21}\text{℔}$$
$$= 10\text{ „ 3. „} : x\text{ „ 3. „} = 47\tfrac{2}{21}\text{℔}$$
$$= 12\text{ „ 4. „} : x\text{ „ 4. „} = 57\tfrac{6}{21}\text{℔}$$
$$\overline{200\text{℔}}$$

Probe: $71\frac{1}{21}\times 15\text{c.} + 23\frac{3}{21}\times 13\text{c.} + 47\frac{2}{21}\times 10\text{c.} + 57\frac{6}{21}\times 6\text{c.} = 2200\text{c.}$; und $200\times 11\text{c.} = 2200\text{c.}$

Aus diesen beiden Beisp. ist zu ersehen, daß Aufgaben dieser Art **nicht bestimmt** sind. Die höheren (theurern) Artikel mischt man in ganz beliebigen Verhältnissen und bestimmt daraus den Mittelpreis und darnach das Verhältniß der geringern Sorte. Das letztere Verhältniß wird natürlich jedesmal ein anderes werden, so oft man die erste Mischung verändert, was unendlich vielmal geschehen kann. Sollen derartige Aufgaben **bestimmt** sein, so darf blos die Quantität eines der zu mischenden Stoffe fehlen, oder müssen solche Bedingungen gegeben sein, daß das Verhältniß von zwei unbekannten Quantitäten bestimmt werden kann.

19. 4 Arten Getreide werden gemischt: per bu. à 25c., 30c., 40c. und 50c. Wenn die Mischung 42c. werth sein soll per bu. und von der 1. Sorte 20, von der 2. 30 und von der 3. 40bu. genommen werden: wie viel bu. sind von der 4. Sorte erforderlich?
20. A. hat 12löth., 13löth. und 15löth. Silber und will ein Gefäß von 10oz., 14löth. machen. Wenn er 6oz. 15löth. Silber verwendet: wie viel 12- und 13löth. wird er dazu nehmen müssen?
21. A. hat 15-, 18- und 19carat. Gold. Er will ein 4oz. schweres, 16carat. Gefäß verfertigen. Wenn er ½oz. 19carat. Gold nimmt: wie viel 15- und 18carat. Gold wird er nöthig haben?
22. A. hat 4 Sorten Silber: 10-, 11-, 12- und 14löth. Er will ein 13löth. Gefäß verfertigen von 10oz. Gewicht. Dazu nimmt er 1oz. 10löth. und 1oz. 11löth. Wie viel 12- und 14löth. wird er bedürfen?

23. A. mischt 3 Sorten Wein mit Wasser; per gal. à 50c., 54c. und 75c. Er will 100gal. bereiten im Werth von 60c. per gal. Wenn er 40gal. von der besten und 30 gal. von der nächst besten Sorte nimmt: wie viel gal. von der geringsten Sorte Wein — und wie viel gal. Wasser sind erforderlich?

24. Zu einem 20carat. goldenen Gehäuse von 10oz. Gewicht, nimmt A. 3oz. 22carat. und 2oz. 19carat. Gold: wie viel oz. 23carat. Gold und wie viel oz. Kupfer wird er zusetzen müssen?

§ 55. Arithmetische Progressionen. Arithmetical Progressions.

Arithmetische Progression wird eine Zahlenreihe genannt, welche gleichmäßig zu oder abnimmt. Die Reihen 4, 6, 8, 10 ꝛc. 50, 45, 40, 35 ꝛc. z. B. stellen solche Progressionen dar, weil die erstere stets um 2 steigt und letztere um 5 abnimmt. Die einzelnen Zahlen einer Progression werden Glieder genannt. In obigen Reihen bilden 4 und 50 die ersten, 6 und 45 die zweiten Glieder ꝛc. Der stetige Unterschied wird Differenz genannt. In der ersten obiger Reihen ist 2 und in der zweiten — 5 die Differenz.

Zur Vereinfachung werde ich mich in der Folge einiger Abkürzungen bedienen und das 1. Glied einer Progression mit e, die Differenz mit d, das letzte Glied mit l, die Anzahl der Glieder mit n (number) und die Summe der Glieder durch s bezeichnen.

In Bezug auf arithm. Progr. ergeben sich 6 bemerkenswerthe Punkte, nämlich:

1. Die Bildung arith. Progr. 2. Die Bestimmung von l, 3. von d, 4. von n, 5. von s und 6. die practische Anwendung.

1. Bildung arith. Progr.

Soll eine bestimmte arith. Progr. gebildet werden, so müssen gegeben sein: e, d und n. Setzen wir e=5, d=6 und n=4, so ergiebt sich:

1. Glied e = 5 = 5
2. „ e+d = 5+6 = 11
3. „ e+2d = 5+2×6 = 17
4. „ e+3d = 5+3×6 = 23.

Aufgaben. Bildet arith. Progr. von

1. 8 Gliedern, wenn e=9 und d=7.

2. 7 Gliedern, wenn e=11 und d=13.
3. 5 „ „ e=8¾ und d=6¼.
4. 9 „ „ e=3½ und d=5⅝.

2. Bestimmung von l.

Aus der unter 1. ausgeführten Progr. ist ersichtlich, daß

l=e+(n—1) d.
=5+(4—1) 6=5+3×6=23.

Aufgaben. Bestimmet l, wenn

5. e=9, d=11 und n=10. 6. e=4⅘, d=5⅜ und n=12.
7. e=7⅞, d=8⅛ u. n=15. 8. e=9$\frac{9}{10}$, d=11$\frac{1}{10}$ u. n=15.

3. Bestimmung von d.

Ist eine arith. Progr. gegeben und man subtrahirt ein voranstehendes Glied von dem nächst nachfolgenden; z. B. das 1. Glied von dem 2., das 2. von dem 3. ꝛc.: so ist der hierdurch erhaltene Rest = d.

Ist dagegen die Progr. nicht gebildet, aber e, l und n gegeben, so ist $d=\frac{l-e}{n-1}$. Denn es ist l=e+(n—1)d; oder wenn man e auf beiden Seiten der Gleichung abzieht, l—e=(n—1)d; folgl. $d=\frac{l-e}{n-1}$.

In dem unter 1. angenommenen Beisp. worin e=5, l=23 und n=4, ist $d=\frac{23-5}{4-1}=\frac{18}{3}=6$.

Aufgaben. Bestimmet d, wenn

9. e=7, l=71 u. n=9. 10. e=3¾, l=50½ u. n=11.
11. e=5⅜, l=115¼ u. n=15. 12. e=8$\frac{6}{7}$, l=206$\frac{6}{7}$, u. n=21.

4. Bestimmung von n.

Nach No. 2 ist l=e+(n—1)d; und wenn man e auf beiden Seiten der Gleichung subtrahirt, l—e=(n—1)d. Daher n—1 $=\frac{l-e}{d}$. Dieß auf das Zahlenbeisp. unter No. 1. angewandt, ist n—1$=\frac{23-5}{6}$; $=\frac{18}{6}=3$. Ist nun n—1=3: so ist n=3+1=4.

Aufgaben. Bestimmet n, wenn

13. e=7, d=8 u. l=95. 14. e=15, d=17 u. l=117.
15. e=4½, d=5⅝ u. l=45⅛. 16. e=9⅜, d=11$\frac{9}{10}$ u. l=140$\frac{7}{16}$.

5. Bestimmung von s.

Die unter 1 ausgeführte Progr. ist

(aufsteigend)	5	11	17	23	Summe=	56
(absteigend)	23	17	11	5	"	= 56
	28	28	28	28	"	=112

Ihr ersehet hieraus, daß

$112=4\times28$; oder $=n(e+l)$; die Summe der Progr. ist, aber $^1\frac{1}{2}{}^2$; daher $s=\frac{n(e+l)}{2}$ oder $\frac{n}{2}(e+l)$.

Aufgaben. Bestimmet s, wenn

17. e=8, l=150, u. n=11. 18. $e=4\frac{3}{7}$, $l=58\frac{1}{3}\frac{5}{3}$ u. n=9.
19. $e=9\frac{2}{7}$, $l=168\frac{1}{2}\frac{1}{8}$ u. n=14. 20. $e=13\frac{5}{8}$, $l=348\frac{5}{2}\frac{5}{4}$ u. n=20.

Anm. Zuweilen ereignet es sich, daß l, n, d, s und e aus andern Factoren bestimmt werden müssen, als oben angenommen. In diesem Falle verweise ich auf § 62, woselbst dieser Gegenstand ausführlicher behandelt ist.

6. Praktische Anwendung.

21. A. reiste 12 T. lang; den 1ten T. 24mi. und den letzten 80mi. Wenn nun jeden T. die Meilenzahl gleichmäßig zunahm: wie viel betrug dieser tägliche Zuwachs?

22. Ein Körper fällt in der 1ten Secunde $15\frac{1}{2}$ft. tief. Wenn seine Geschwindigkeit stets gleichmäßig zunimmt, und er in der 10ten Sec. durch $287\frac{1}{2}$ft. fällt: wie viel ft. beträgt der stetige Unterschied für jede Secunde?

23. Wenn ein Körper in der 1ten S. durch $15\frac{1}{2}$ft. und in jeder folgenden durch $30\frac{1}{2}$ft. mehr fällt, als in der nächst vorhergehenden: durch wie viel ft. fällt er in der 25ten Sec.?

24. Obige Bedingungen beibehalten, fällt ein Körper wie tief in $\frac{1}{2}$ Minute?

25. A. hat 18 Schafe und bietet sie B. für $1.75 per Stück. Nein, sagt B., ich gebe Dir für das 1te Schaf 1.12\frac{1}{2}$ und für jedes folgende $6\frac{1}{4}$c. mehr: wie viel hat A. auf diese Weise gewonnen oder verloren?

26. 11 Personen theilen eine Summe Geldes. Die 1te erhält 3$, die letzte 23 $: wie viel erhält jede folgende Person mehr als die nächst vorhergehende, wenn die Zunahme gleichmäßig ist?

27. 19 Personen theilen eine Summe Geld. Die letzte erhält $72\frac{1}{2}$ $, jede folgende gleich viel weniger, als die nächst vor-

hergehende. Wenn nun die 1te blos $\frac{1}{2}$ \$ erhält: wie viel beträgt der stetige Unterschied?

28. Eine Anzahl Personen theilen Geld. Die 1te erhält 8\$, jede folgende 4 \$ mehr, als die vorhergehende; die letzte 76\$: wie viel Personen sind es?

29. Mehre Personen theilen eine Summe Geldes. Die 1te Person erhält 50c.; jede folgende \$2.50 mehr, als die nächst vorangehende, und die letzte \$85.50: wie viel Personen sind es?

30. Ein viereckiger Fußboden ist mit Platten belegt. In einer Ecke befindet sich 1 Platte, in jeder folgenden Reihe 1 Platte mehr, als in der nächst vorhergehenden, und in der mittlern Reihe 16. Von da aus nehmen sie wieder in demselben Verhältniß ab, wie sie zugenommen: wie viele Platten sind in diesem Fußboden?

31. Ein viereckiger Fußboden ist mit Platten so belegt: In einer Ecke ist 1 Platte, jede folgende Reihe hat 1 mehr bis zur mittlern, welche 20 enthält. Von da nehmen sie in demselben Verhältniß ab, als sie zugenommen haben. Wenn nun jede Platte 18$\frac{1}{2}$c. kostet: wie viel kosten sämmtliche Platten?

32. Unter 16 Kinder wird Geld vertheilt, so daß jedes folgende 3c. mehr bekommt, als das nächst vorhergehende. Bei der Austheilung fehlt das 11te Kind und das 5te nimmt seinen Antheil zu sich und bekommt nun 46c.: wie viel beträgt der Antheil des 11ten Kindes? Wie viel bekam das 16te Kind? Wie viel wurde Geld ausgetheilt?

33. Es wird unter mehre Personen Geld so vertheilt, daß jede folgende Person eine gewisse Summe mehr bekommt, als die nächst vorhergehende. Wenn nun die 4te und 9te zusammen 37 \$ und die 5te und 11te zusammen 46 \$ erhalten; Wie viel erhält die 1te? 4te und 9te Person.
(Aufl. durch Subtraction: 37 \$ besteht aus wie viel e+d und 46 \$ aus wie viel e+d?)

34. Es wird unter eine Anzahl Personen eine Summe Geldes so vertheilt, daß jede folgende Person einen gewissen Theil mehr erhält, als die nächst vorhergehende. Wenn nun die 3te und 8te Person zusammen 50 \$ und die 6te und 9te, zusammen 66 \$ erhalten: Wie viel bekommt die 1te, 3te, 6te und 12te Person je allein? Und wie viel Geld wurde unter 12 Personen vertheilt?

35. Das Dach eines Thurmes besteht aus 4 gleich großen Dreiecken, welche mit Platten so belegt werden, daß je in der Spitze der Dreiecke 1 Platte und in jeder folgenden Reihe 1 Platte mehr ist, als in der nächst vorhergehenden. Wenn nun in jedem Dreieck 24 Reihen Platten sind und die 1te Platte in jedem Dreieck 4½c. und jede folgende Platte in demselben Dreieck ½c. mehr kostet als die nächst vorhergehende: wie viel kosten die Platten des ganzen Daches?

§ 56. Geometrische Progressionen. Geometrical Progressions.

Wenn eine Zahlenreihe der Art ist, daß jedes folgende Glied gleich viel mal größer oder kleiner ist, als das nächst voranstehende, so bildet sie eine geometrische Progression.

Die Reihe (Series) 1 3 9 27 81 243 729 ꝛc. bildet eine aufsteigende;
und die Reihe 128 64 32 16 8 4 2 bildet eine absteigende Progression.

Diejenige Zahl, welche anzeigt, wie viel mal jedes folgende Glied kleiner oder größer ist, als das nächst vorhergehende, wird Exponent der Progr. genannt.

Zur Vereinfachung werde ich das 1te Glied mit e, den Exponenten mit ex, das letzte Glied mit l, die Anzahl der Glieder mit n und die Summe der Glieder mit s bezeichnen.

Wie bei den arith. Progr., so ergeben sich auch hier 6 Punkte, welche der Schüler zu beachten hat; nämlich
1. die Bildung geom. Progr.; 2. die Bestimmung von ex; 3. von l; 4. von n; 5. von s und 6. die praktische Anwendung.

1. Bildung geom. Progr.

Soll eine bestimmte geom. Progr. gebildet werden, so müssen gegeben sein: e, ex und n. Setzen wir e=5, ex=3 und n=6, so ergiebt sich

1. Glied	=e	=5	=5
2. „	=e×ex	=5×3	=15
3. „	=e×ex×ex	=5×3×3	=45
4. „	=e×ex×ex×ex	=5×3×3×3	=135
5. „	=e×ex×ex×ex×ex	=5×3×3×3×3	=405
6. „	=e×ex×ex×ex×ex×ex	=5×3×3×3×3×3	=1215

Aufg. Bildet geom. Progr. von

1. 5 Gliedern, wenn e=7 und ex=4
2. 6 „ „ e=$\frac{3}{4}$ „ ex=5
3. 7 „ „ e=6$\frac{2}{3}$ „ ex=$\frac{3}{4}$
3. 8 „ „ e=3 „ ex=$\frac{2}{3}$

2. und 4. Die Bestimmung von ex und n kann nur ausgeführt werden durch Anwendung von Wurzelausziehungen; weßhalb ich verweise auf §§ 58—60.

3. Bestimmung von l.

Aus der unter 1 ausgeführten Progr. ergiebt sich, daß $l=e\times ex\times ex$ ꝛc. (ex^{n-1}) d. i.
ex muß n—1 mal mit sich selbst — und das daraus entstehende Product mit e multiplicirt werden.

Ist z. B. e=5, ex=4 und n=7, so erhält man
$l=5\times4\times4\times4\times4\times4=20480$.

Aufg. Was ist l, wenn

5 e=4, ex=5 u. n=3. 6. e=4096, ex=$\frac{1}{4}$ u. n=7.
7. e=20, ex=10 u. n=4. 8. e=768, ex=$\frac{3}{4}$ u. n=5.
9. e=10000000, ex=0,25 u. n=6.
10. e=280, ex=1,06 u. n=4.

5a. Bestimmung von s bei einer aufsteigenden Progression.

Die unter 1. angenommene Zahlenreihe ist
5 15 45 135 405 1215; mit ex (3) multiplicirt:
15 45 135 405 1215 3645; 1te Reihe von der 2ten subtrahirt

0 0 0 0 0 3645—5=3640

Die 1te Reihe addirt, giebt s; die 2te Reihe addirt, giebt 3s. Nachdem nun s von 3s subtrahirt ist, bleiben noch 2s=3640; folglich $s=\frac{3640}{2}=1820$. Daraus ergiebt sich die allgemeine Form: $s=\frac{l\times ex-e.}{ex-1}$

Es sei z. B. e=4, ex=5 und n=8, so ist

1. $l=4\times5\times5\times5\times5\times5\times5=312500$; und
2. $s=\frac{312500\times5-4}{5-1}=390624$.

5b. Bestimmung von s bei einer absteigenden Progression.

Aus Gründen, die ich Euch hier nicht begreiflich machen kann, ist $s=\frac{e-l\times ex}{1-ex}$.

Es sei z. B. e=8, ex=$\frac{3}{4}$ und n=5, so ist

1. $l=8\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{81}{32}=2\frac{17}{32}$; und
2. $s=\frac{8-\frac{81}{32}}{1-\frac{3}{4}}=\frac{\frac{175}{32}}{\frac{1}{4}}=21\frac{7}{8}$.

Aufg. Bestimmet s, wenn

11. e=8, ex=$\frac{1}{2}$ u. n=7.
12. e=12, ex=$\frac{3}{7}$ u. n=8.
13. e=9, ex=$\frac{1}{3}$ u. n=10.
14. e=5, ex=$1\frac{5}{13}$ u. n=5.
15. e=12, ex=$\frac{2}{3}$ u. n=5.
16. e=20, ex=$\frac{2}{5}$ u. n=6.

6. Praktische Anwendung.

21. A. setzte 3c. in ein Spiel und verlor; nun verdoppelte er seinen Einsatz und verlor wieder; darauf verdoppelte er seinen 2ten, 3ten ꝛc. Einsatz: wie viel hat er das 8te mal und wie viel in 8 mal eingesetzt?
22. Ein Huhn brütet in 1 J. 25 Küchlein aus; jedes dieser Küchlein im nächsten J. ebenfalls 25 Junge ꝛc. Wie viel Hühner ergeben sich in 5 J.?
23. Zum Beschlage eines Pferdes sind 24 Hufnägel erforderlich. Wenn nun für den 1ten 1mill, für den 2ten 2m., für den 3ten 4m. ꝛc. bezahlt werden: wie viel $ werden für alle 24 Nägel bezahlt?
24. 8 Männer erhalten den 1ten Tag je 2$ und jeden folgenden Tag 3mal so viel, als den nächst vorhergehenden T.: wie viel $ erhalten sie in 8 T.?

Beisp. Wie viel betragen Kapital sammt Zins aus Zins von 80$ in 6 J. zu 6p.c.?

Aufl. Von 1$ in 6 J. zu 6p.c. ist (Siehe No. 3 und 5a.)
$l=1\$\times1{,}06\times1{,}06\times1{,}06\times1{,}06\times1{,}06=\$1{,}338226$ und
$s=\frac{\$1{,}338226\times1{,}06-1}{1{,}06-1}=\frac{0{,}41851956}{0{,}06}=\$6{,}975319$; für
$80\$=80\times\$6{,}975319=\$558{,}02552$.

Wie viel betragen Kapital, sammt Zins aus Zins bei jährlicher Einlage desselben Kapitals (Rentenrechnung) von

25. 100$ zu 5p.c. in 6J.?
26. 25c. zu 8pc. in 7J.?
27. $55\frac{1}{4}\$$ zu 10p.c. in 9J.?
28. 10$ in 10J. zu 10p.c.?
29. 504£ 8s. zu 8p.c. in 6J.?
30. 645£ 15s. zu $6\frac{1}{2}$p.c. in 5J.?

§ 57. Permutationen. Permutation.

Permutation bedeutet: durch Bewegung. Man versteht darunter denjenigen Zweig der Rechenkunst, welcher lehrt, wie oft mal ein gewisser Gegenstand seine Stelle ändern kann in Bezug auf eine bestimmte Zahl anderer Gegenstände.

Die Dinge, mit welchen solche Versetzungen vorgenommen werden, heißen Elemente der Permutation.

Die Elemente werden bezeichnet durch Ziffern oder Buchstaben. Hat man 2 Elemente, die durch a und b bezeichnet sind, so ergiebt sich daraus a b und b a, also $1\times2=2$ Stellungen.

Aus 3 Elementen entstehen a b c b a c c a b c b a a c b b c a also $1\times2\times3=6$ verschiedene Stellungen.

Aus 4 Elementen ergeben sich: a b c d b a c d c a b d d a b c
a b d c b a d c c a d b d a c b
a c b d b c a d c b a d d b a c
a c d b b c d a c b d a d b c a
a d b c b d a c c d a b d c a b
a d c b b d c a c d b a d c b a
also $1\times2\times3\times4=24$ verschiedene Stellungen.

Ueberhaupt lassen n Elemente $1\times2\times3\times\ldots$ n verschiedene Stellungen zu.

Aufgaben.

1. Führet die möglichen Stellungen von a b c d e aus.

Wie viel verschiedene Stellungen können gegen einander einnehmen:

2. 10 Personen? Und wie viel Zeit ist dazu erforderlich, wenn zu jeder Stellung $\frac{1}{2}$ Minute nothwendig ist?
3. Die Buchstaben des Wortes: „Cyphering?“
4. Die Buchstaben in dem Namen: „Saint Louis?
5. Die 25 Buchstaben des Alphabets?

§ 58. Potenziren. Involution.

Potenz heißt: Macht—power; Potenziren bedeutet: „zu höherer Macht erheben.“

Jede Zahl besteht aus einmal sich selbst. So ist $5=1\times5$; $\frac{3}{4}=1\times\frac{3}{4}$. 5 und $\frac{3}{4}$ stehen demnach in der 1ten Potenz.

Werden aber 5, $\frac{3}{4}$, oder überhaupt eine Zahl, einmal mit sich selbst multiplicirt, wie $5\times5=25$; $\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{16}$ ꝛc. so stehen 5 und $\frac{3}{4}$ in der 2ten Potenz oder im Quadrat. Dieß wird bezeichnet 5^2, $(\frac{3}{4})^2$.

5 und $\frac{2}{4}$ in der 3ten Potenz, oder im Cubus, wird geschrieben 5^3 und $(\frac{2}{4})^3$. Die so mehre mal mit sich selbst multiplicirten Zahlen, heißen Grundzahlen, Grundlagen, Wurzeln (radix) und die kleinen Ziffern, oben, rechts an den Wurzeln, werden Exponenten, Anzeiger (Index) genannt und bedeuten, wie oft mal eine Wurzelzahl mit sich selbst multiplicirt werden soll. Daraus ergeben sich folgende Ordnungen:

$5^1 = 1 \times 5 = 5$ $(\frac{2}{4})^1 = 1 \times \frac{2}{4} = \frac{2}{4}$

$5^2 = 5 \times 5 = 25$ $(\frac{2}{4})^2 = \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{4}{16}$

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $(\frac{2}{4})^3 = \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{8}{64}$

$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ $(\frac{2}{4})^4 = \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{16}{256}$

$5^5 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 3125$ $(\frac{2}{4})^5 = \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{32}{1024}$

Irgend eine ganze Zahl wird daher in die nte Potenz erhoben, wenn man sie n—1 mal mit sich selbst—und ein Bruch, wenn man den Zähler und den Nenner je n—1 mal mit sich selbst multiplicirt.

Aufg. Wie viel sind

1. 4^4? 2. 5^5? 3. 7^6? 4. 9^4? 5. 11^6?

6. $(\frac{4}{5})^3$? 7. $(\frac{1}{2})^2$? 8. $(\frac{4}{7})^4$ 9. $(\frac{5}{6})^5$? 10. $(\frac{11}{12})^6$?

Ausdrücke, wie 6^{4-2}, 9^{5-2}, 10^{8-4} ꝛc. bedeuten 6^2, 9^3, 10^4 ꝛc. und $5^{4+3} = 5^7$.

Was bedeuten die Ausdrücke:

11. 8^{7-3}, 11^{9-5}, 13^{9-2}, 14^{11-8}, $(\frac{5}{7})^{6-3}$, $(\frac{7}{10})^{10-7}$, 6^{5+4}, 8^{6+1}?

Bezeichnungen, wie $\frac{1}{5^2}$, $\frac{1}{6^3}$, $\frac{1}{8^4}$ bedeuten: $\frac{1}{5 \times 5}$, $\frac{1}{6 \times 6 \times 6}$, $\frac{1}{8 \times 8 \times 8 \times 8}$; sie werden häufig so geschrieben: 5^{-2}, 6^{-3}, 8^{-4}.

Was bedeuten die Bezeichnungen

12. $\frac{1}{9^4}$, $\frac{1}{6^5}$, 7^{-3}, 10^{-5}, 11^{-4}?

Der Ausdruck $4^3 \times 4^2 = 4^5$; denn $4^3 \times 4^2 = {}^4 \times {}^4 \times {}^4 \times {}^4 \times {}^4 = 4^5$.

Was bedeuten die Bezeichnungen:

13. $5^3 \times 5^4$? 14. $6^5 \times 6^2 \times 6^1$? 15. $11^3 \times 11^3 \times 11^3 \times 11^1$?

16. $5^4 \times 5^4 \times 5^4 \times 5^3$? 17. $7^5 \times 7^5 \times 7^5 \times 7^3$?

Der Ausdruck $\frac{8^5}{8^2} = 8^3$; denn $\frac{8^5}{8^2} = \frac{8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8}{8 \times 8} = 8^3$.

Was bedeuten die Ausdrücke:

18. $\frac{9^{10}}{9^6}$, $\frac{10^{11}}{10^5}$, $\frac{13^{13}}{13^8}$ und $\frac{23^9}{23^1}$?

§ 59. Wurzelausziehung. Evolution.

Wurzelausziehen ist gerade das Gegentheil von dem Potenziren und bedeutet: aus einer gegebenen Zahl diejenige Zahl zu finden, welche, ein oder mehre Male mit sich selbst multiplicirt, die gegebene Zahl erzeugt.

Es werde z. B. verlangt: die 2te Wurzel von 4.

Wir wissen, 4 entsteht durch einmalige Multiplication von 2 mit sich selbst: folglich ist 2 die Wurzel von 4. Dieß wird auf folgende Weise angedeutet: $\sqrt{4}=2$.

Das vor der Zahl 4 stehende Zeichen war ursprünglich ein r, und bedeutet radix, die Wurzel.

In den Winkel dieses Zeichens wird der Exponent der Wurzel gesetzt; So bedeuten: $\sqrt[2]{}$ die 2te oder Quadratwurzel; $\sqrt[3]{}$ die 3te oder Cubikwurzel: $\sqrt[4]{}$ die 4te Wurzel ꝛc. von einer Zahl, die dieses Zeichen vor sich hat. $\sqrt[2]{}$ ist indeß selten gebräuchlich. Das bloße Zeichen $\sqrt{}$ bedeutet immer die 2te oder Quadratwurzel.

So sind $\sqrt{25}=5$, denn $25=5\times5$, $\sqrt[3]{27}=3$, denn $27=3\times3\times3$, $\sqrt[4]{256}=4$, denn $256=4\times4\times4\times4$, $\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$, denn $\frac{1}{16}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}$, $\sqrt[4]{\frac{625}{10000}}=\frac{5}{10}$, denn $\frac{625}{10000}=\frac{5}{10}\times\frac{5}{10}\times\frac{5}{10}\times\frac{5}{10}$.

§ 60. Ausziehung der Quadratwurzel. Extraction of the Square Root.

In der Geometrie wird eine ebene Fläche ein Quadrat genannt, wenn sie 4 gleich lange Seiten hat, welche je senkrecht auf einander stehen.

In Th. I § 36 wurde gezeigt, daß man den Inhalt eines Quadrats findet, wenn man die Länge einer Seite desselben mit sich selbst multiplicirt oder in die 2te Potenz erhebt. Umgekehrt nun, findet man die Länge einer Seite eines Quadrats, wenn man aus dessen Inhalt die Quadratwurzel zieht.

Enthält z. B. ein Quadrat 16□ft., so ist eine Seite desselben $=\sqrt{16}=4$ft.; enthält es 100□rd., so ist jede Seite $\sqrt{100}=10$rd.

Aufg. Welches sind die Quadratzahlen von den Wurzeln:

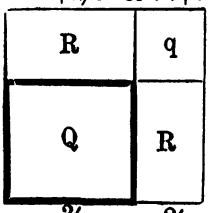
1. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 25, 100, 1000?

Welches sind die Quadratwurzeln folgender Quadratzahlen:

2. 1, 49, 225, 4, 64, 100, 9, 81, 36, 16, 625, 400, 25, 144, 10000, 256, 1000000?

Ich will nun versuchen, Euch deutlich zu zeigen, wie man ein gegebenes Quadrat vergrößert—und aus welchen Theilen ein so vergrößertes Quadrat besteht; und zwar 1. auf geometrische und 2. auf arithmetische Weise.

1. Vergrößerung eines Quadrats auf geometrische Weise.



Wählen wir ein Quadrat, dessen Seiten je 3ft. lang sind, so ist sein Inhalt=9□ft. Verlängern wir aber jede Seite dieses Quadrats um 2ft., so ist der Inhalt des vergrößerten Quadrats=5×5=25□ft. Dieses vergrößerte Quadrat aber besteht aus 4 einzelnen Figuren, nämlich Q+2 R+q. Es ist aber Q=9□ft.; jedes R=3×2=6□ft. und q=2×2=4□ft. d. i. 9+2 (3×2) +4 =25□ft.

Das vergrößerte Quadrat besteht also aus dem gegebenen Quadrat und einem doppelten Rechteck gebildet aus einer Seite des gegebenen Quadrats und der Verlängerung und dem Quadrate der Verlängerung.

2. Vergrößerung eines Quadrats auf arithmetische Weise.

Die Seite eines gegebenen Quadrats heiße a und die Verlängerung heiße b, so erhält man nach obiger Darstellung für $a+b^2$.

$$\begin{array}{l} a+b \\ a+b \end{array} \Big\} \text{multiplicirt}$$
$$\overline{a^2+ab}$$
$$+ab+b^2$$
$$\overline{a^2+2ab+b^2}$$

Dieß auf Zahlen angewandt, ergiebt sich für ein Quadrat, dessen Seiten je 20+5ft. betragen, folgende Darstellung:

$$(20+5)^2 = \begin{array}{l} 20+5 \\ 20+5 \end{array} \Big\} \text{multiplicirt}$$
$$\overline{20^2+5\times 20}$$
$$+5\times 20+5^2$$
$$\overline{20^2+2(5\times 20)+5^2}$$
$$=400+200+25=625$$

Daraus folgt:

Das Quadrat einer zweitheiligen Größe ist daher=dem Quadrat des 1. Theils + dem doppelten Producte aus dem 1. mit dem 2Th. +dem Quadrat des 2. Theils.

Aufg. Bildet auf geometr. Art Quadrate, deren Seiten je

3. 4+2ft. lang sind 4. 6+3ft. lang sind.

5. 8+4rd. „ „ 6. 10+6in. „ „

Erhebet auf arithmetische Weise ins Quadrat

7. c+d 8. m+n 9. r+s 10. x+y

11. 10+8 12. 30+6 13. 50+4 11. 400+20.

Man kann jede Wurzelzahl als zweitheilige Größe darstellen. Ist keiner der Theile bestimmt, so können sie unendlich mal verschieden angenommen werden. Ist die Wurzelzahl z. B. 1, so ist

$1=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$, $=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}$, $=\frac{4}{5}+\frac{1}{5}$, $=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}$ ꝛc.; ist sie 5, so ist

$5=4+1$, $3+2$, $=2\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{4}+2\frac{1}{4}$ ꝛc. Es ist daher auch

$1^2=(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})^2$, denn $(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})^2=(\frac{1}{2})^2+2(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})+(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{1}{4}$ $=1$, ebenso

$5^2=(2\frac{3}{4}+2\frac{1}{4})^2$, denn $(2\frac{3}{4}+2\frac{1}{4})^2=(\frac{11}{4})^2+2(\frac{11}{4}\times\frac{2}{4})+(\frac{2}{4})^2=$ $\frac{121}{16}+\frac{176}{16}+\frac{16}{16}=\frac{400}{16}=25$.

Aufgaben. Was sind die Quadratzahlen von

15. $(4\frac{2}{3}+3\frac{2}{3})^2$ 16. $(5\frac{4}{7}+3\frac{3}{7})^2$ 17. $(7\frac{3}{10}+4\frac{7}{10})^2$

18. $(500+16)^2$.

Eine Vergleichung der Wurzelzahlen (Wz.) mit ihren bezüglichen Quadratzahlen (Qz.) zeigt uns folgende Thatsache:

Wz. 1.....9; 10.....99; 100.....999; 1000.....9999 ꝛc.

Qz. 1....81; 100.....9801; 10000.....99980001; 100000..... 9998000001 ꝛc. d. i. eine 1stellige Wz. ergiebt eine 1 oder 2st. Qz.; eine 2st. Wz. ergiebt eine 3 oder 4st. Qz.; eine 3st. Wz. ergiebt eine 5 oder 6st. Qz. ꝛc. Ueberhaupt, eine n st. Wz. erzeugt eine 2 n oder 2 n—1st. Qz.

Dieß führt uns umgekehrt zu dem Schluß:

Eine 1 oder 2st. Qz. hat eine 1st. Wz.; eine 3 oder 4st. Qz. hat eine 2st. Wz.; eine 5 oder 6st. Qz. hat eine 3st. Wz. Ueberhaupt, eine n—1 oder n st. Qz. hat eine nst. Wz.

Aufg. Eine wie vielstellige Qz. haben

19. 1, 4, 7, 10, 14, 17, a, c, m, n, x stellige Wurzelzahlen?

Eine wie viel stellige Wurzelzahl haben

20. 1, 3, 6, 9, 13, 16, b, d, p, y stellige Quadratzahlen?

Daraus ergiebt sich die Eintheilung der Oz. in Colonnen, von je 2 Stellen, von der Rechten nach der Linken, wie

51|69|61|; 4|01|25|; 1|01|40|49| ꝛc.

Daß bei jeder ungeraden Stellenzahl einer Oz. die letzte (vorderste) Colonne, blos eine Stelle zählt, ist aus obigen Wurzel- und Quadratzahlen-Reihen ersichtlich.

Nach diesen Vorübungen und Erklärungen wollen wir nun die Quadratwurzel von einer gegebenen Zahl bestimmen, und das Verfahren beschreiben.

Beisp. Was ist $\surd 331776$?

Aufl. $\surd 33|17|76|$ 500

$500^2 = 250000$ subtr.

$2 \times 500 = 1000$ | 81776 | 70

$70 \times 1000 = 70000$ subtr.

11776

$70^2 = 4900$ subtr.

$2 \times 570 = 1140$ | 6876 | 6

$6 \times 1140 = 6840$ subtr.

36

$6^2 = 36$ subtr.

Wurzelzahl = 576

Probe: $576^2 = 331776$.

Verfahren:

Nebenstehende Oz. enthält 6 Stellen; folglich enthält die entsprechende Wz. 3 Stellen; d. i. H., Z. und E.

Beginnend in der 3ten Colonne, erhalten wir von 33 H. die Wz. 5 H. $500^2 = 25000$ von der Oz. abgezogen, läßt 81776. Zufolge der oben entwickelten Formel: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ muß diese Zahl nun noch enthalten: $2a \times b + b^2$. Allein b ist uns noch nicht bekannt. Da wir aber immer einen fehlenden Factor finden, wenn wir mit dem bekannten Factor in das gegebene Product dividiren, so dividiren wir auch hier mit 2a, d. i. $2 \times 500 = 1000$ in 81776 und finden dadurch $b = 70$. (b würde $= 80$ sein, allein wir müssen berücksichtigen, daß von dem Rest noch b^2 abzuziehen bleibt.) Nun subtrahiren wir $2ab$; d. i. $1000 \times 70 = 70000$ von 81776 und erhalten einen Rest von 11776; hievon haben wir b^2 d. i. $70 \times 70 = 4900$ abzuziehen, was 6876 übrig läßt.

Da die Zahl der E. von der Wz. noch zu bestimmen ist, so betrachten wir $500 + 70$ d. i. 57 Z. als a und die fehlenden E. als b und bestimmen b wie wir zuvor gethan; d. i. wir dividiren mit $2a = 2 \times 570 = 1140$ in 6876 und erhalten $b = 6$ E. Subtrahiren wir nun $2ab$, d. i. $570 \times 6 = 6840$ von 6876, so bleibt ein Rest von 36; hiervon b^2, d. i. $6 \times 6 = 36$ subtrahirt, läßt keinen Rest: folglich ist 576 die Wz. von 331776.

Ausführung einiger weitern Beispiele. Was ist

$\sqrt{1841449}$?

Aufl. $\sqrt{1|84|14|49|}$ 1000

$1000^2 = 1\,00\,00\,00$ ſ.

$2 \times 1000 = 2000$ $\overline{|841449|}$ 300

$2000 \times 300 = 600000$ ſ.

241449

$300^2 = 90000$ ſ.

$2 \times 1300 = 2600$ $\overline{|151449|}$ 50

$2600 \times 50 = 130000$ ſ.

21449

$50^2 = 2500$ ſ.

$2 \times 1350 = 2700$ $\overline{|18949|}$ 7

$2700 \times 7 = 18900$ ſ.

49

$7^2 = 49$ ſ.

1357

Probe $1357^2 = 1841449$.

$\sqrt{1\frac{121}{124}}$?

Aufl. 1. Wz. d. Zählers: 121.

$\sqrt{1|21|10}$

$10^2 = 1\,00$

$2 \times 10 = 20$ $\overline{|21|}$ 1

$20 \times 1 = 20$

1

$1^2 = 1$

11

2. Wz. des Nenners: 1024.

$\sqrt{10|24|}$ 30

$30^2 = 9\,00$

$2 \times 30 = 60$ $\overline{|124|}$ 2

$60 \times 2 = 120$

4

$2^2 = 4$

32; daher $\sqrt{1\frac{121}{124}} = 1\frac{11}{32}$.

Aufgaben. Wie viel ist

21. $\sqrt{361}$?
22. $\sqrt{2025}$?
23. $\sqrt{3364}$?
24. $\sqrt{7569}$?
25. $\sqrt{42025}$?
26. $\sqrt{120409}$?
27. $\sqrt{182329}$
28. $\sqrt{516961}$?
29. $\sqrt{1014049}$?
30. $\sqrt{10673289}$?
31. $\sqrt{20894041}$?
32. $\sqrt{1602000625}$?
33. $\sqrt{7\frac{49}{81}}$?
34. $\sqrt{1\frac{57}{121}\frac{6}{25}}$?
35. $\sqrt{6\frac{4}{9}\frac{8}{25}\frac{4}{36}\frac{1}{81}}$?
36. $\sqrt{60\frac{1}{16}}$?
37. $\sqrt{28\frac{5}{64}\frac{7}{81}}$?
38. $\sqrt{339\frac{3}{7}}$? 462
39. $\sqrt{76\frac{12}{13}}$? $1557\frac{9}{13}$
40. $\sqrt{\frac{16}{25}} \times \frac{9}{16}$?

Unſer bisheriges Verfahren kann bedeutend abgekürzt werden, wie ich an folgenden Beisp. zeigen werde.

Beisp. 1. Was ist $\sqrt{259081}$?

Aufl. $\sqrt{25|90|81|}$ 509

$25\,00$

$100|\ 90|$

$1009|9081|$

9081

Beisp. 2. Was ist $\sqrt{1299386209}$?

Aufl. $\sqrt{12|99|38|62|09|}$ 36047

```
      9 00
    66|399|
       396
    720 |338|
   7204| 33862|
         28816
   72087|504609|
         504609
```

Beschreibung dieses Verfahrens.

Wählen wir Beisp, 2.

Erst betrachten wir die 2 vordersten Colonnen als eine 2theilige Qz. und berücksichtigen die übrigen Colonnen nicht.

Wir bestimmen daher für 12|99 $a=3$ Z. und subtrahiren hievon $a^2=900$, was einen Rest von 399 ergiebt. Hierin müssen enthalten sein $2a\times b+b^2$. Wir finden $b=2\times 30=60$ $|399|=6$; folglich müssen wir $60\times 6+6\times 6=66\times 6=396$ von 399 subtrahiren, was wir durch eine Subtraction vollziehen, statt durch 2, wie oben geschehen, und einen Rest von 3 erhalten.

Jetzt ziehen wir die nächste Colonne bei, betrachten 1299|38 als 2th. Größe, wovon $a=36$ Z. In dem Reste 338 müssen enthalten sein $2a\times b+b^2$; $=2\times 36$ Z. $\times b+b^2$; $=720\times b+b^2$. Da dieß kein mal der Fall ist, so ist $b=0$. Nun nehmen wir die folgende Colonne bei, betrachten 129938|62 als 2th. Größe, wovon $a=360$ Z. In dem Reste 33862 müssen daher enthalten sein $2a\times b+b^2$; $=2\times 360$ Z. $\times b+b^2$; $=7200\times b+b^2$; daher $b=7200|33862|=4$. Wir haben daher $7200\times 4+4\times 4$, d. i. $7204\times 4=28816$ von 33862 abzuziehen, was wir auf einmal bewerkstelligen. Aehnlich verfährt man für alle folgenden Colonnen.

Aufg. Löset nach dieser abgekürzten Methode

41. $\sqrt{3249}$. 42. $\sqrt{92416}$. 43. $\sqrt{459684}$.
44. $\sqrt{3184909225}$. 45. $\sqrt{\frac{256}{289}}$. 46. $\sqrt{77\frac{37}{196}}$.
47. $\sqrt{8\frac{9}{576}+3\frac{3}{8}}$. 48. $\sqrt{52\frac{133}{144}-2\frac{3}{4}}$.

Bisher haben wir die Wurzeln nur aus solchen Zahlen gezogen, aus welchen sie sich vollkommen darstellen ließen. Zahlen, die diese Eigenschaft haben, werden rational genannt.

Rational sind alle Zahlen, welche aus einer beliebigen gan-

zen oder gebrochenen Zahl, einmal mit sich selbst multiplicirt, bestehen.

Besteht aber eine Zahl nicht aus dem reinen Producte einer ganzen oder gebrochnen Zahl, einmal mit sich selbst multiplicirt —sondern enthält etwas weniger oder mehr—so kann natürlich auch die Wurzel nicht vollkommen dargestellt werden. Zahlen dieser Art werden irrational genannt.

Um die Wurzeln irrationaler Zahlen möglichst genau bestimmen zu können, fügt man denselben beliebig viele Nullen bei, behandelt sie als Decimalstellen und setzt die Ausziehung der Wurzel so lange fort, als der Grad der Genauigkeit es erfordert. 2 bis 4 Wurzel-Decimalstellen genügen beinahe in allen Fällen.

Beisp. Was ist $\sqrt{2}$?

Aufl. $\sqrt{2}$ | 1,4142....
1 | Probe: $1{,}4142^2 = 1{,}99996264$

24|1 00|
96

281 | 400|
281

2824 | 11900|
11296

28282 | 60400|

Aufgaben. Was ist

49. $\sqrt{3}$?	50. $\sqrt{5}$?	51. $\sqrt{7}$?	52. $\sqrt{11}$?
53. $\sqrt{19}$?	54. $\sqrt{101}$?	55. $\sqrt{311}$?	56. $\sqrt{1111}$?
57. $\sqrt{\frac{1}{2}}$?	58. $\sqrt{\frac{2}{3}}$?	59. $\sqrt{\frac{11}{12}}$?	60. $\sqrt{\frac{15}{17}}$?

Enthält eine Zahl, außer Ganzen, noch Decimalstellen, so wird mit der Eintheilung in Colonnen bei dem Trennungszeichen zwischen Ganzen und Decimalen begonnen und die Eintheilung nach Links und Rechts fortgesetzt. Z. B. $\sqrt{1014{,}049}$ wird abgetheilt: $\sqrt{10|14\ 04|90|}$; $\sqrt{357{,}03095} = \sqrt{3|57|03|09|50|}$ ꝛc.

Ist die Wurzel aus bloßen Decimalbrüchen zu ziehen, so beginnt auch hier die Colonnenabtheilung mit der 1ten Decimalstelle. Z. B. $\sqrt{0{,}40395} = \sqrt{40|39|50|}$; $\sqrt{0{,}035738} = \sqrt{3|57|38|}$ ꝛc.

In diesen beiden letzten Fällen enthält natürlich die 1te Wurzelstelle Zehntel, die 2te Hunderttel ꝛc.

Ausführung eines Beisp. Was ist $\sqrt{42{,}025}$?

Aufl. $\sqrt{42|02|50}$ 6,48...

36

124|6 02|

4 96

1288|10650|

10304

346 ꝛc.

Aufg. Was ist

61. $\sqrt{5{,}053}$? 62. $\sqrt{14{,}857}$? 63. $\sqrt{0{,}804}$?
64. $\sqrt{0{,}0369}$? 65. $\sqrt{0{,}00084}$? 66. $\sqrt{0{,}43219}$?
67. $\sqrt{35{,}0007}$? 68. $\sqrt{3901{,}6}$?

Ist die Wurzel aus gewöhnlichen Brüchen zu ziehen, wovon Zähler, oder Nenner, oder beide zugleich, aus irrationalen Zahlen bestehen, wie Aufg. 57—60, so werden diese Brüche gewöhnlich in Decimalbrüche verwandelt; wie: $\frac{1}{2}=0{,}5$; $\frac{2}{3}=0{,}6666...$; $1\frac{1}{2}=0{,}9166...$ ꝛc. Zuweilen wird in derartigen Fällen auch folgende Methode angewandt:

Beisp. 1. $\sqrt{\frac{5}{6}}=\sqrt{\frac{5\times5}{5\times6}}=\sqrt{\frac{25}{30}}=\frac{5}{\sqrt{30}}$; oder umgekehrt

$$\sqrt{\frac{5}{6}}=\sqrt{\frac{6\times5}{6\times6}}=\sqrt{\frac{30}{36}}=\frac{\sqrt{30}}{6}=\frac{1}{6}\times\sqrt{30}.$$

Beisp. 2. $\sqrt{\frac{7}{9}}=\sqrt{\frac{7\times7}{7\times9}}=\sqrt{\frac{49}{63}}=\frac{7}{\sqrt{63}}$; oder auch

$$\sqrt{\frac{7}{9}}=\sqrt{\frac{9\times7}{9\times9}}=\sqrt{\frac{63}{81}}=\frac{\sqrt{63}}{9}=\frac{1}{9}\times\sqrt{63}.$$

Aufgaben. Löset auf diese Weise

69. $\sqrt{\frac{4}{11}}$. 70. $\sqrt{1\frac{1}{16}}$. 71. $\sqrt{\frac{17}{121}}$. 72. $\sqrt{\frac{2\frac{2}{7}}{5}}$.

Practische Aufgaben über „Ausziehung der Quadratwurzel."

73. Die Summe von 330625 $ soll unter eine Anzahl Personen so vertheilt werden, daß jede Person so viele $ erhält, als es Personen sind: wie viel Personen sind es? und wie viel $ erhält jede Person?

74. 5625 Rebstöcke sollen so gepflanzt werden, daß in jede Reihe ebenso viele Stöcke kommen, als es Reihen sind. Wie viel Reihen? und wie viel Reben werden in jede Reihe kommen?

75. A. hat 3 Bauplätze: 136 bei 26½ft.; 154 bei 28½ft. und 162½ bei 30ft. Er will sie umtauschen gegen ein quadratförmiges Stück Land, das eben so viel Raum enthält, als jene 3 zusammengenommen: wie viel ft. wird eine Seite des letztern lang sein?
76. Der Inhalt eines quadratförmigen Stückes Land ist 6acr. und 40 P.: wie viel rd. mißt eine Seite desselben?
77. Wenn der Inhalt eines Quadrats 640acr. beträgt: wie viel rd. wird der Umfang desselben messen?
78. Der Inhalt eines Quadrats beträgt 1acr. 60P.; der eines andern beträgt gerade 4 mal so viel: wie viel rd. ist eine Seite des letztern Quadrats größer, als eine Seite des erstern?
79. Ein größeres Quadrat ist in 64 kleine Quadrate abgetheilt. Wenn nun das größere 4□ft. mißt: wie viel Zoll wird je eine Seite der kleinern Quadrate messen?
80. Der Fußboden einer Kirche ist 54ft. breit und 90ft. lang. Er soll durch 1620 quadratförmige Platten belegt werden: wie viel □ft. wird eine solche Platte messen? und wie viel Zoll wird jede Quadratseite lang sein?

Anm. Eine ausführlichere Anwendung der „Ausziehung der Quadratwurzel" auf practische Geometrie, wird in dem „Gewerbsmann" erfolgen.

§ 61. Ausziehung der Cubikwurzel. Extraction of the Cubic Root.

In der Geometrie wird ein Körper, der von 6 gleich großen Quadraten begrenzt ist, welche je senkrecht auf einander stehen, Würfel oder Cubus genannt.

In Th. I § 27 wurde gezeigt, daß der Inhalt eines Cubus gefunden werde, wenn man die Länge einer Seite desselben 2mal mit sich selbst multiplicire, d. h. in die 3te Potenz erhebe.

Umgekehrt findet man die Länge einer Seite eines Würfels, wenn man aus dem Inhalt desselben die 3te oder Cubikwurzel zieht.

Mißt z. B. eine Würfelseite 6in. so ist der Inhalt des Würfels $6\times6\times6=216$ C.in.; und umgekehrt: ist der Inhalt eines Würfels 64C.in. so mißt eine Seite desselben $\sqrt[3]{64}=4$in.

Aufg. Welches sind die Cubikzahlen von

1. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 15, 25, 100?

Welches sind die Cubikwurzeln folgender Cubikzahlen:

2. 1, 64, 216, 27, 343, 729, 125, 1728, 512, 15625, 1000, 3375 und 1000000.

Ich will nun versuchen, Euch deutlich zu zeigen, wie man

einen gegebenen Cubus vergrößert, und aus welchen Theilen ein so vergrößerter Cubus besteht. Geometrisch kann ich Euch dieß leider nicht darstellen, wie ich bei einem erweiterten Quadrate gethan. Würde ich einen erweiterten Cubus durch eine Zeichnung geben, so könntet Ihr Euch mit den vielen Linien und Winkeln derselben doch nicht zurecht finden. Ich will daher die arithmetische Weise wählen.

Wie im vorigen § gezeigt worden, kann jede Wurzelzahl als 2theilige Größe betrachtet werden. Setzen wir nun wieder den 1ten Theil einer 2theiligen Größe=a und den 2ten Theil =b, so finden wir

$(a+b)^3=$

$a+b$ } multipl.
$a+b$ }

$a^2+2ab+b^2$ } (§ 60)
$a+b$ } multipl.

$a^3+2a^2b+b^2a$
$a^2b+2b^2a+b^3$ } add.

$a^3+3a^2b+3b^2a+b^3$

Ein Zahlenbeisp. Was ist 25^3?

$20+5$ } multipl.
$20+5$ }

$20^2+2\times20\times5+5^2$ } (§60)
$20+5$ } multipl.

$20^3+2\times20^2\times5+5^2\times20$
$20^2\times5+2\times5^2\times20+5^3$

$20^3+3\times20^2\times5+3\times5^2\times20+5^3$
$8000+6000+1500+125$
$=15625.$

Demnach besteht die Cubikzahl einer 2th. Größe aus: dem Cubus des I. Theils + dem 3fachen Quadrat des I. Th., multiplicirt mit dem II. Th. + dem 3fachen Quadrate des II. Th. multiplicirt mit dem I. Th. + dem Cubus des II. Theils.

Anm. Obige Buchstabenformel $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3b^2a+b^3$, ist leicht zu behalten, und gewährt bei Ausziehung der Cubikwurzel bedeutende Vortheile; weßhalb ich Euch sehr empfehle, dieselbe Eurem Gedächtniß recht fest einzuprägen.

Aufg. Erhebet folgende 2th. Größen in den Cubus

3. $b+d$. 4. $g+h$. 5. $o+n$. 6. $v+x$.
7. $10+6$. 8. $30+4$. 9. $70+2$. 10. $350+8$.
11. $2\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}$. 12. $4\frac{1}{2}+2$. 13. $3\frac{1}{2}+4\frac{1}{2}$. 14. $0{,}4+0{,}6$.

Eine Vergleichung der Wurzelzahlen (Wz.) mit ihren bezüglichen Cubikzahlen (Cz.) ergibt folgende Thatsache:

Wz. 1.....9; 10.....99; 100.....999 ꝛc.
Cz. 1.....729; 1000.....970299; 1000000.....997002999 ꝛc.

d. i. eine 1st. Wz. ergibt eine 1 bis 3st. Cz.; eine 2st. Wz. ergiebt eine 4 bis 6st. Cz.; eine 3st. Wz. ergiebt eine 7 bis 9st. Cz. ꝛc.

Ueberhaupt erzeugt eine nst. Wz. eine 3n, oder 3n—1 oder 3n—2st. Cz. Dieß führt umgekehrt zu dem Schluß:

Eine 1 bis 3st. Cz. hat eine 1st. Wz.; eine 4—6st. Cz. hat eine 2st. Wz.; eine 7—9st. Cz. hat eine 3st. Wz. Ueberhaupt haben n, n—1 oder n—2st. Cz. $\frac{n}{3}$ Wz.

Aufg. Wie viel stellig sind die Kz. von

15. 1, 5, 8, 11, 14, a, c, f, m stelligen Wz. ?

Wie viel stellig sind die Wz. von

16. 1, 2, 4, 7, 10, 13, 17, 22, d, g, l, o stelligen Cz. ?

Hieraus ergiebt sich die Eintheilung der Cz. in Colonnen von je 3 Stellen, von der Rechten nach der Linken, wie 5|309|845; 63|572; 173|921|500 ꝛc.

Daß die vorderste Colonne bald 1, 2 oder 3 Stellen enthalten kann, ist aus obigen Wz. und Cubikzahlen-Reihen ersichtlich.

Nach diesen Vorübungen und Erklärungen wollen wir nun die Wz. aus einer gegebenen Zahl bestimmen, und dann das Verfahren beschreiben. Zuvor aber stelle ich Euch nochmals die im Anfange dieses § entwickelte Formel dar, nämlich $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3b^2a+b^3$ und empfehle Euch, dieselbe Eurem Gedächtniß recht einzuprägen.

Beisp. Was ist $\sqrt[3]{110592}$?

Aufl. $\sqrt[3]{110|592|}$ 40

40^3	64000	
$3\times40^2=4800$	46592	8
$3\times40^2\times8$	38400 s.	48
	8192	
$3\times8^2\times40$	7680 s.	
	512	
8^3	512 s.	

Verfahren: Nebenstehende Cubikzahl enthält 6 Stellen; folglich die entsprechende Wz. 2 Stellen, d. i. Z. und E. Erst bestimmen wir die Wz. für 110=4Z. und subtrahiren den Cubus von 4 Z. In dem erhaltenen Reste müssen nun noch enthalten sein $3a^2b+3b^2a+b^3$. b bestimmen wir (als 3ten Factor) indem wir mit $3a^2$, d. 4800 in den Rest dividiren und erhalten b=8. Nun subtrahiren wir nach einander $3a^2b$, d. i. $3\times40^2\times8=38400$; dann $3b^2a$, d. i. $3\times8^2\times40=7680$ und endlich $8^3=512$ von dem Rest 46592. Der letzte Rest ist=0. Statt erst $3a^2b$ dann $3b^2a$ und endlich b^3 je einzeln von obigem Reste zu subtrahiren, können diese 3 Sub-

trahenden erst addirt und dann zumal von besagtem Reste subtrahirt werden; wie in folgendem

Beisp. $\sqrt[3]{185|198|}$ 50

50^3 125|000|

$3\times50^2=7500$ | 60193| 7

$3\times50^2\times7=52500$ } 60193 57

$3\times7^2\times50=7350$ }

$7^3=343$ }

Enthält eine Cubikzahl 3 oder mehr Colonnen, so wird ähnlich verfahren, wie in solchen Fällen bei Ausziehung der Quadratwurzel geschehen.

Beisp. $\sqrt[3]{242|970|624|}$ 624

$60^3=$ 216 000

$3\times60^2=10800$ | 26 970| 2

$3\times60^2\times2=21600$ }

$3\times2^2\times60=720$ } 22328 subtr.

$2^3=8$ }

$3\times620^2=1153200$| 4642624| 4

$3\times620^2\times4=4612800$ }

$3\times4^2\times620=29760$ } 4642624 subtr.

$4^3=64$ }

Man behandelt nämlich erst die 2 vordern Colonnen (242|970) als 2th. Größe ohne Rücksicht auf die folgenden Colonnen und bestimmt hieraus die Wurzel (62). Dem Reste (4642) wird alsdann die nächste Colonne (624) beigefügt. Nun betrachtet man 62 als 1ten Theil der Wz., also als 62 Z., d. i. 620 und bestimmt aus 4642624 den 2ten Theil (b)=4; hierauf werden $3a^2b+3b^2a+b^3$ von 4642624 subtrahirt und als Rest 0 erhalten.

Aufg. Löset:

17. $\sqrt[3]{46656}$ 18. $\sqrt[3]{74088}$ 19. $\sqrt[3]{103823}$
20. $\sqrt[3]{205379}$ 21. $\sqrt[3]{1860867}$ 22. $\sqrt[3]{80621568}$
23. $\sqrt[3]{176558481}$ 24. $\sqrt[3]{279726264}$ 25. $\sqrt[3]{1879080904}$.

Irrationale Cubikz. werden ganz ähnlich behandelt, wie irrationale Qz. d. i. man bestimmt 1 bis 4 Decimalstellen für die Wz. je nachdem ein Grad von Genauigkeit erfordert wird.

Aufg. Löset:

26. $\sqrt[3]{3}$ 27. $\sqrt[3]{11}$ 28. $\sqrt[3]{21}$ 29. $\sqrt[3]{1111}$ 30. $\sqrt[3]{5000}$.

Enthält eine Zahl außer den Ganzen, noch Decimalstellen,

so wird mit der Eintheilung in Colonnen bei dem Trennungszeichen zwischen Ganzen und Decimalen begonnen und die Eintheilung nach Rechts und Links fortgesetzt; wie
$\sqrt[3]{5094{,}3547} = \sqrt[3]{5|094|354|700|}$

Ist die Wz. aus einem bloßen Decimalbruche zu ziehen, so wird mit der Colonnenabtheilung bei dem Trennungszeichen begonnen; wie
$\sqrt[3]{0{,}00625} = \sqrt[3]{0|006|250|}$; $\sqrt[3]{0{,}3007} = \sqrt[3]{0|300|700|}$

Die 1te Wurzelstelle enthält natürlich in solchen Fällen Zehntel, die 2te Hundertel ꝛc.

Aufg. Was ist

31. $\sqrt[3]{4391{,}26}$ 32. $\sqrt[3]{25{,}08}$ 33. $\sqrt[3]{1{,}0483}$
34. $\sqrt[3]{0{,}44}$ 35. $\sqrt[3]{0{,}0179}$ 36. $\sqrt[3]{0{,}00009}$.

Ist die Wurzel aus einem gewöhnlichen Bruche zu ziehen, dessen Zähler, oder Nenner, oder beide zugleich, irrationale Zahlen darstellen, so besteht die einfachste Methode darin, denselben erst in einen Decimalbruch zu verwandeln und hieraus die Wurzel zu ziehen.

Eine andere Methode für derartige Fälle, ist aus folgendem Beisp. zu ersehen.

Beisp. $\sqrt[3]{\frac{5}{6}} = \sqrt[3]{\frac{5 \times 5 \times 5}{6 \times 5 \times 5}} = \sqrt[3]{\frac{125}{150}} = \frac{5}{\sqrt[3]{150}}$ oder umgekehrt

$\sqrt[3]{\frac{5}{6}} = \sqrt[3]{\frac{5 \times 6 \times 6}{6 \times 6 \times 6}} = \sqrt[3]{\frac{180}{216}} = \frac{1}{6}\sqrt[3]{180}$.

Aufg. Löset auf letztere Weise

37. $\sqrt[3]{\frac{1}{7}}$. 38. $\sqrt[3]{2\frac{2}{3}}$. 39. $\sqrt[3]{\frac{4\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}}$ 40. $\sqrt[3]{3\frac{1}{2}} - 1\frac{1}{2}$.

Einige praktische Aufgaben.

41. Wie lang (breit und dick) muß eine Seite werden von einem cubischen Behälter, der 32768 Cft. halten soll?
42. Gefäß, das genau 1brl. halten soll? (32gal.)
43. „ „ „ 100 „ fassen „
44. „ „ „ 1 bu. „ „
45. „ „ „ 10 „ „ „
46. „ „ so viel fassen soll als 3 cubische Gefässe, deren Längen ꝛc. je 4ft. betragen?
47. Behälter, der so viel fassen soll, als 3 andere cubischen Gefässe, wovon die Länge ꝛc. des 1ten 4ft., die des 2ten 5ft. und die des 3ten 6ft. beträgt?

48. Gefässe, das 100℔ destillirten Wassers fassen soll? (Avdp.)
49. " " 5T. " " " "
50. " " 1℔ " " " "

Anm. Weitere Anwendung der „Ausziehung der Cubikwurzel" wird in dem „Gewerbsmann" erfolgen.

§ 62. Gleichungen. Equations

Man nennt 2 Zahlen=groß, wenn sie=viele E. enthalten. Verbindet man 2=große Zahlen durch das Gleichheitszeichen (=), so bilden sie eine Gleichung. So sind 6=6; 25=25 ꝛc. Gleichungen. Die Zahlen, welche eine Gleichung bilden, können aus mehren Posten, Factoren ꝛc. bestehen; immer aber müssen ihre Summen, Producte ꝛc.=sein. Z. B. 4+17=9+12; 45—11=84—50; 4×9×2=3×8×3; $\frac{4}{5}+\frac{1}{4}=\frac{3}{7}+\frac{1}{1\frac{3}{4}}$ ꝛc.

Die Gleichungen werden eingetheilt in

Gleichungen vom 1. Grade, worin die unbekannte Größe in der 1ten Potenz steht;

Gleichungen vom 2. Grade, oder quadratische Gl., wobei die unbekannte Größe in der 2ten Potenz erscheint;

cubische Gl., bei welchen die unbekannte Größe in der 3ten Potenz vorkommt; und

höhere Gl. worin die unbekannte Größe in einer höhern als der 3ten Potenz steht.

Bei jeder Art dieser Gleichungen kann eine Größe oder können mehre Größen unbekannt—und demnach zu bestimmen sein.

Wir werden uns hier nur mit Gleichungen vom 1. Grad mit einer unbek. Größe beschäftigen.

Diese unbekannte Größe wird stets durch x bezeichnet werden. Für alle Arten von Gleichungen gelten folgende 9 Grundsätze:

1. Gleiches zu Gleichem addirt giebt gleiche Summen.

Beisp. 8+5=7+6; d. i. 13=13. Aber auch 8+5+9 =7+6+9 d. i. 22=22.

2. Gleiches von Gleichem subtrahirt, giebt gleiche Differenzen.

Beisp. 16—5=9+7—5; d. i. 11=11. Aber auch 16—5—7=9+7—5—7; d. i. 4=4.

3. Gleiche Größen mit gleichen Größen multiplicirt, geben gleiche Producte.

Beisp. 7+3=6+4; d. i. 10=10. Aber auch (7+3) 6=(6+4) 6; d. i. 60=60.

4. Gleiche Größen durch gleiche Größen dividirt, geben gleiche Quotienten.

Beisp. $13+11=19+5$; d. i. $24=24$. Aber auch $\frac{13+11}{4}=\frac{19+5}{2\times 2}$ d. i. $\frac{24}{4}=\frac{24}{4}$; $6=6$.

5. Wenn die nämliche Größe zu einer andern addirt und dann wieder subtrahirt wird, so bleibt der Werth der letztern unverändert.

Beisp. $25=25$; aber auch $25+8-8=25$.

6. Wenn eine Größe mit einer andern multiplicirt und wieder durch dieselbe dividirt wird, so bleibt der Werth der erstern unverändert.

Beisp. $\frac{5\times 4}{4}=5$.

7. Jede Größe kann, ohne daß die Gleichung aufhört, richtig zu sein, von einer Seite auf die andere gesetzt werden, wenn man das Zeichen der Größe umkehrt; d. h. statt + das — setzt oder umgekehrt.

Beisp. $x+11=35$; wird 1. $x=35-11$; oder $x=24$.

2. $x+11-35=0$; dah. $x=-24$.

8. Wenn jedes Glied auf beiden Seiten der Gl. mit der nämlichen Größe multiplicirt wird, so sind die Resultate einander gleich.

Beisp. Wenn $x=5+4$; d. i. $=9$: so ist auch $8x=8\times 5+8\times 4$; $8x=40+32$; $8x=72$; $x=\frac{72}{8}=9$.

9. Wenn jedes Glied auf beiden Seiten der Gl. durch die nämliche Größe dividirt wird, so sind die gefundenen Resultate einander gleich.

Beisp. Wenn $x=64-48$; d. i. $=16$: so ist auch $\frac{x}{4}=\frac{64}{4}-\frac{48}{4}$; d. i. $\frac{x}{4}=16-12$; $\frac{x}{4}=4$; $x=16$.

Anm. 1. Jede geometrische Proportion kann in eine Gleichung verwandelt werden; weil in ihr die Summe der beiden äußern Glieder = der Summe der beiden innern Glieder und umgekehrt. § 51.

Beisp. Die Proportion $5:35=8:x$ ergibt $5x=35\times 8$; $5x=280$; $x=\frac{280}{5}$; $x=56$.

Anm. 2. Angehende Schüler werden wohl thun, wenn sie sich die mit + bezeichneten (positiven) Größen, als Kapitalien und die mit — bezeichneten (negativen) Größen, als Schulden vorstellen; denn besitzt z. B. A. 400 $ und hat 150 $ Schulden, so ist sein wirkliches Vermögen 400 $ — 150 $ = 250 $.

Anm. 3. Jede im Anfang einer Gleichung stehende Größe wird als positiv betrachtet, wenn sie nicht mit — bezeichnet ist.

Aus obigen Grundsätzen und Anmerkungen ergeben sich für Auflösung von Gleichungen folgende Regeln:

1. Durch Versetzung der Zeichen suche in jeder Gleichung d. i. x erst auf eine und die Zahlen auf die andere Seite zu bringen.
   Beisp. Was ist x, wenn $5x+34=4x+36$?
   Aufl. $5x-4x=36-34$; $x=2$.
   Aufgaben. Was ist x in
   1. $5x+42=6x+36$?
   2. $3x+16=51-2x$?
   3. $7x-19=5x-1$?
   4. $39-4x=8x-69$?
   5. $83+27-44=13x+1$?
   6. $12x+23=17x+8$?
2. Sind eine oder mehre Größen in Bruchform gegeben, so werden alle Posten oder Factoren unter = Benennung gebracht.
   Beisp. 1. $3x+4-\frac{x}{3}=46-2x$. (Alle Posten zu 3tel gemacht.)
   Aufl. $9x+12-x=138-6x$; $9x-x+6x=138-12$; $14x=126$; $x=9$.
   Beisp. 2. $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=\frac{x}{4}+7$. (Alle Posten zu 12tel verwandelt.)
   Aufl. $6x+4x=3x+84$; $6x+4x-3x=84$; $7x=84$; $x=12$.
   Aufgaben. Was ist x in
   7. $\frac{x}{4}+12=66$.
   8. $\frac{2x}{3}+15=99-\frac{3x}{4}$.
   9. $\frac{x}{6}-\frac{x}{4}+10=\frac{x}{3}-\frac{x}{2}+11$.
   10. $\frac{x}{4}-\frac{x}{6}+10=\frac{x}{9}+9$.
3. Können alle Posten oder Factoren durch die nämliche Größe dividirt werden, so wird die Gleichung erst auf diese Weise vereinfacht.
   Beisp. $x^2+15x=35x-3x^2$. (Alle Posten durch x dividirt.)
   Aufl. $x+15=35-3x$; $x+3x=35-15$; $4x=20$; $x=5$.
   Aufgaben.
   11. $3x^2-10x=8x+x^2$.
   12. $2x^2+5x=5x^2-19x$.

Bestimmung jeder beliebigen Größe einer Gleichung ausgegebenen Größen derselben.

Beisp. Man habe die Gleichung $l=e+(n-1)d$; so entstehen die Fragen: 1. Was ist e? 2. was ist n—1? u. 3. was ist d?

Aufl. @ 1. Da $l=e+(n-1)d$; so ist auch $e+(n-1)d=l$; (und wenn man $(n-1)d$ auf beiden Seiten subtrahirt) $e=l-(n-1)d$.

@ 2. Da $l=e+(n-1)d$, so ist, wenn man e auf beiden Seiten subtrahirt $l-e=(n-1)d$; daher $n-1=\frac{l-e}{d}$.

@ 3. Da $l=e+(n-1)d$, so ist, wenn man e auf beiden Seiten abzieht, $l-e=(n-1)d$; daher $d=\frac{l-e}{n-1}$.

Aufgab. Wenn $s=\frac{n}{2}(e+l)$: was ist

13. n? 14. e? 15. l?

Wenn $a=\frac{c}{b}(n-m)$: was ist

16. c? 17. b? 18. n? 19. m?

Practische Aufgaben.

Beisp. Von welcher Zahl gibt das Doppelte, zu 18 addirt, eine Summe = 82?

Aufl. Gesuchte Zahl x; daher

$2x+18=82$; $2x=82-18$; $2x=64$; $x=32$.

20. Von welcher Zahl giebt das Doppelte zu 44 addirt, eine Summe, welche=dem Vierfachen von der gesuchten Zahl ist?
21. Welche Zahl hat die Eigenschaft, daß, wenn von ihrem Dreifachen 18 abgezogen wird, 6 übrig bleibt?
22. Welche Zahl ist es, deren Doppeltes um 40 größer ist, als die Hälfte von $\frac{1}{4}$ derselben?
23. Von welcher Zahl übertrifft das Doppelte ihre Hälfte um 6?
24. Eine Zahl zu finden, deren $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$ zusammen 82 betragen?
25. Eine Zahl zu finden, wovon $\frac{2}{3}$ weniger $\frac{1}{4}=6$ ist.
26. Eine Zahl zu finden, daß, wenn man $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{4}$ der Zahl addirt, und von der Summe $\frac{1}{2}$ der Zahl abzieht, 36 herauskommt.
27. Eine Zahl zu finden, daß, wenn man $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{2}$ der Zahl addirt und von der Summe $\frac{1}{4}$ und $\frac{2}{17}$ der Zahl abzieht, 60 herauskommt.

Beisp. Von 2 Städten, deren Entfernung 561 Meilen beträgt, gehen 2 Reisende zu gleicher Zeit ab, um einander entgegen zu reisen. Der Eine macht täglich 24, der Andere 27 Meilen. Nach wie viel Tagen werden sie einander begegnen?

Aufl. Zahl der Tage=x; daher

$24x$ mi. $+27x$ mi. $=561$ mi.; $51x=561$; $x=11$ Tage.

Aufgaben.

28. Zur Umzäumung eines Gartens, dessen Umfang 450ft. betrug, wurden 2 Arbeiter angestellt, von denen der eine tägl. 9, der andere 6ft. verfertigte. In wie viel Tagen wurden beide mit einander fertig?

29. Unter 4 Personen werden 40 $ so vertheilt, daß der 2te das Doppelte, der 3te das 3fache und der 4te das 4fache von dem erhält, das der erste bekommt: wie viel erhält jeder?

30. Unter 3 Personen werden 1400 $ so vertheilt, daß A. 2 mal so viel als B., und B. 3 mal so viel als C. erhalten soll: wie viel wird jeder erhalten?

31. Ein Silberarbeiter hat 3 Stücke Silber, welche zusammen 48oz. wiegen. Das 2te wiegt 12oz. mehr als das 1te; das 3te 9oz. mehr als das 2te: wie schwer wiegt jedes?

32. Unter 4 Personen werden 320 $ so vertheilt, daß die 1te 20 $ mehr als die 2te; diese 30 $ mehr als die 3te und diese 40 $ mehr als die 4te erhält. Wie viel bekommt jeder?

33. A. kauft 4 Pferde und zahlt für das 2te 12£ mehr als für das 1te; für das 3te 6£ mehr als für das 2te und für das 4te 2£ mehr als für das 3te. Wenn er für die 4 Pferde 190£ bezahlt: wie viel kostet jedes?

34. Der Umfang eines Dreiecks beträgt 75ft. Die Grundlinie ist 11ft. länger als die eine und 16ft. länger als die andere Seite: wie lang ist jede Seite des Dreiecks?

35. Ein Reisender macht in 4 Tagen 120mi.; und zwar den 2ten Tag 2½mi., den 3ten T. 4½mi. und den 4ten T. 7mi. weniger als den 1ten T. Wie viel mi. reist er täglich?

36. ⅔ des Vermögens von A. erhält seine Familie; ⅛ seine Dienerschaft und das Uebrige eine milde Stiftung. Wenn nun diese 600 $ erhält: wie groß war das Vermögen?

37. Eine Zahl zu finden, deren Drittel so viel unter 44, als ⅘ derselben über 44 ist.

38. A. giebt ⅓ seiner Baarschaft aus, dann ⅔ von dem, was ihm geblieben und noch 15 $. Wenn er jetzt noch ¼ seiner anfängl. Summe hat: wie stark muß diese gewesen sein?

Beisp. 1. Von welchen 2 Zahlen ist die Summe=59 und die Differenz 17?

Aufl. Die kleinere Zahl sei x; so ist x+17=der größern Zahl und daher x+17+x=59. 2x=42; x=21. Die beiden Zahlen sind also 21 und 38.

Beisp. 2. Von welcher Zahl ist das 3fache eben so viel über 40 als die Hälfte unter 51?

Aufl. Die Zahl sei x, so ist

$3x-40=51-\frac{1}{2}x$; $6x-80=102-x$; $7x=182$; $x=26$.

Aufgaben.

39. 2 Arbeiter empfiengen für ihre Arbeit gleichen Lohn. Hätte der eine 15$ mehr, der andere 9$ weniger erhalten, so hätte der erste 3 mal so viel bekommen als der 2te: wie viel erhielt jeder.

40. Die Zahl 46 soll so in 2 Theile getheilt werden, daß, wenn man den 1ten durch 7 und den 2ten durch 3 dividirt, die Summe der Quotienten=10 wird. Welches sind die beiden Theile?

41. A. hat 2=große Heerden. Von der 1ten nimmt er 39 und von der 2ten 93 Stücke und nun ist der Rest der ersten Heerde doppelt so groß, als der der 2ten. Wie groß war jede Heerde anfangs?

42. Die Zahl 197 soll so in 2 Theile getheilt werden, daß das 4fache des größern um 50 größer ist, als das 5fache des kleinern.

43. A. kauft 12yd. Tuch für $44.95. Für einen Theil bezahlt er $3.25 per yd., für den andern $4.10 per yd. Wie viel yd. kaufte er von jeder Sorte?

44. Von 2 Stücken Tuch kostet das eine 19$ weniger als das andere; der dreifache Preis des 1ten Stückes um 5$ vermehrt, ist gleich dem doppelten Preise des 2ten. Wie viel kostet jedes?

45. A. kauft eine Anzahl brl. Wein, à 95$ per brl. und eine um 9 größere Anzahl brl. Wein à 75$ per brl. und zahlt für die erste Sorte Wein im Ganzen 5$ mehr, als für die zweite Sorte. Wie viel brl. kauft er von jeder Sorte?

46. In einer Seeschlacht war die Zahl der genommenen Schiffe um 7 größer, und die der verbrannten um 2 kleiner als die der gesunkenen. 15 entkamen. Die ganze Zahl der Schiffe betrug das 8-fache der gesunkenen: wie viel Schiffe sanken? verbrannten? wurden genommen?

47. Einem Boten, der täglich 36mi. zurücklegt, wird nach 5 Tag. von demselben Orte aus ein anderer nachgeschickt, der tägl. 45 mi. reisen soll. Nach wie viel Tagen wird der zweite den ersten einholen?

48. A. und B. haben zusammen 60 $. Nachdem A. dem B. 10 $ gegeben, hatte er 8 $ weniger als B. Wie viel hatte jeder anfangs?

49. Von welcher Zahl ist der 3te Theil um 16 größer, als der 4te Theil?

50. A. kauft 2 Fässer Wein, von denen das 1te 3 mal so viel hält, als das 2te. Nachdem er aus jedem Faß 4 brl. abgelassen, blieb in dem 1ten 4 mal so viel zurück, als in dem 2ten. Wie viel brl. waren anfänglich in jedem Faß?

Beisp. Zwei Zahlen verhalten sich zu einander wie 2 : 3. Addirt man zu jeder 4, so verhalten sich die Summen wie 5 : 7. Welches sind die Zahlen?

Aufl. 1te Z.=2x; 2te Z.=3x; daher
2x+4 : 3x+4=5 : 7; 7(2x+4)=5(3x+4);
14x+28=15x+20; x=8. Folgl. 1te Z. 16. 2te Z. 24.

Aufgaben.

51. Eine Geldsumme wird unter 2 Personen vertheilt. Der Antheil des A. verhält sich zu dem des B. wie 5 : 3 und ist um 50$ größer als $\frac{5}{8}$ der ganzen Summe. Wie groß ist der Antheil eines jeden? Und welches ist die Summe? (Ganze Summe 8x).

52. Ein Landgut von 864 acres ist im Besitze von 3 Personen. C. hat so viel als A. und B. zusammen; die Antheile von A. und B. aber verhalten sich zu einander wie 5 : 11. Wie viel acres hat jeder?

53. A. und B. treiben ein Geschäft und zwar A. mit 3 mal so viel Kapital als B. Jeder gewinnt 500$ und jetzt verhält sich das neue Kapital des A. zu dem des B. wie 7 : 3. Wie viel hatte jeder anfänglich?

54. A. hat 3 Stücke Tuch, deren Längen sich zu einander verhalten, wie die Zahlen 3, 5, 7. Nachdem von jedem Stück 6 yd. abgeschnitten, hat sich die ganze Zahl der yd. im Verhältniß von 20 : 17 vermindert. Wie lang waren die 3 St.?

55. A. und B. vereinigten sich zu einem gemeinschaftlichen Geschäfte. A. legte 400 $ mehr ein als B. und die ganze Einlage verhielt sich zu der Einlage des B. wie 14 : 5. Wie viel legte jeder ein?

56. 2 Arbeiter verrichteten 40 Tagsarbeiten mit einander. A. arbeitet für 1 $ per Tag und B. für 1½ $ per Tag. Sie verdienten gleich viel: wie viel Tage hat jeder gearbeitet?

57. Eine Mischung von Kupfer und Zinn hält 100 C. in. und wiegt 505 oz. Wie viel C. in. Kupfer? und Zinn? sind in der Mischung und wie viel wiegt jedes einzelne Metall in derselben, wenn 1 C.in. Kupfer $5\frac{1}{4}$ oz. und 1 C.in. Zinn $4\frac{1}{4}$oz. wiegt?

58. Die Bebauungskosten eines 40 acres großen Feldes beliefen sich auf 252 $. Für jeden acre, der mit Weizen bepflanzt wurde, betrugen die Kosten 7 $ und für jeden mit Hafer bepflanzten acre 5 $. Wie viel betrug die Auslage für das Weizen-? und wie viel für das Haferfeld?

59. A. vertheilte 46 $ so unter 5 Männer und 7 Frauen, daß ein Mann so viel bekam wie der andere und jede Frau so viel wie die andere, je ein Mann und eine Frau zusammen aber 8 $. Wie viel bekamen die Männer und wie viel die Frauen von obiger Summe?

Beisp. A. reist ab von St. Louis und legt in je 6 St. 78mi. zurück; 12 St. später reist B. gleichfalls von St. Louis und nach derselben Richtung, legt aber in je 9 Std. 156mi. zurück. Nach wie viel Stunden? und wie weit von St. Louis entfernt werden beide Reisende zusammentreffen?

Aufl. In x Std. treffen sie zusammen.

A. reist $12+x$ Std.; also $(12+x)\,\frac{78}{6}$ mi. $=156+13x$ mi.

B. „ x „ „ $\frac{156x}{9}$ mi. $=\frac{52x}{3}$ mi.; daher

$$156+13x=\frac{52x}{3};\quad 468=13x;\quad x=36 \text{ Std.}$$

folgl. $(12+36)$ 13mi. $=624$mi. von St. Louis entfernt.

Aufgaben.

60. Zwei Boote fahren von St. Louis den Mississippi hinunter. „Franklin" geht Morgens 6 Uhr ab und legt in je 4 Std. 50 mi. zurück. „Fremont" fährt Abends 10 Uhr ab und legt in je 6 Std. 125mi. zurück. Nach wie viel Stunden? und wie weit von St. Louis entfernt werden sie zusammentreffen?

61. Der Umfang eines Kreises beträgt 120 ft. Zwei Körper, welche genau über einander stehen, setzen sich darin zu gleicher Zeit in Bewegung und zwar von der Linken nach der Rechten. Der eine bewegt sich in 10 Minuten in dem Kreise herum; der andere in 1 Std. und 20 M. Nach wie vielen Minuten werden sie zusammentreffen?

Anm. Die Strecke, welche der sich langsam bewegende Körper in x Minuten

durchläuft, beträgt 120 ft. weniger als diejenige welche der schneller bewegte durchläuft.

62. Der Umfang eines Kreises ist in 60 = Theile eingetheilt. Zwei übereinander stehende Körper setzen sich in demselben zu gleicher Zeit von der Linken nach der Rechten in Bewegung. Einer der bewegenden Körper braucht 1 Stunde zu einem Umlauf und der andere 12 Std. . Wann werden sie wieder über einander stehen?

63. Der kleine und der große Zeiger einer Uhr stehen gerade über der Stundenzahl 6. Wo werden sie wieder zusammentreffen.

64. Beide Zeiger einer Uhr stehen senkrecht über 12: wann werden sie das 4te Mal zusammentreffen?

65. A. wurde gefragt, wie viel Uhr es wäre und antwortete: „Es ist zwischen 5 und 6 Uhr und beide Zeiger stehen gerade über einander. Wie viel Uhr war es?

66. Wie viel Uhr ist es, wenn die Zeiger einer Uhr zwischen 10 und 11 über einander stehen?